

IN LABORATORIO



DENTRO LA FORMULA

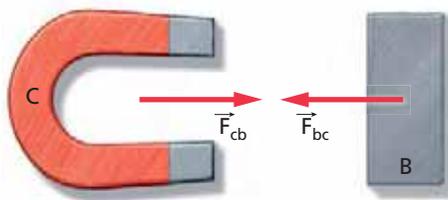
Il terzo principio della dinamica

- Video (1 minuto)
- Test (3 domande)



- A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.
- Se una delle forze è detta *azione*, l'altra è detta *reazione*. Però la scelta di chiamare una delle due forze azione o reazione è arbitraria.
- Azione e reazione sono applicate a corpi diversi e quindi non ha alcun significato sostituirle con la loro risultante (che è sempre nulla).
- Il terzo principio vale anche se l'interazione fra i due corpi avviene senza contatto, come nel caso di una calamita e un blocchetto di ferro. La calamita (c) attrae il blocchetto (b) e questo, a sua volta, attrae la calamita:

$$\vec{F}_{bc} = -\vec{F}_{cb}$$



Esempi

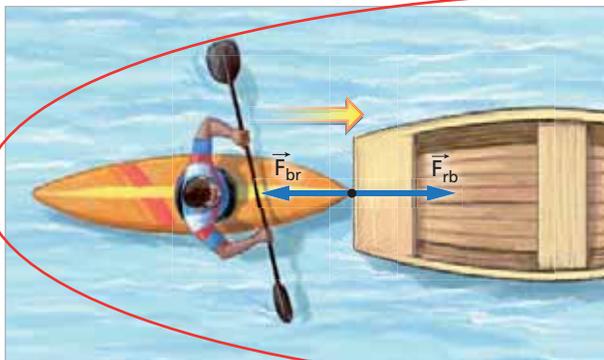
Dito-tasto del pianoforte durante un pianissimo	1 N
Terreno-pallina da tennis caduta da 1 m di altezza	$6 \cdot 10 \text{ N}$
Urto palla-mazza da baseball	$4 \cdot 10^4 \text{ N}$

Stessa forza, diversa accelerazione

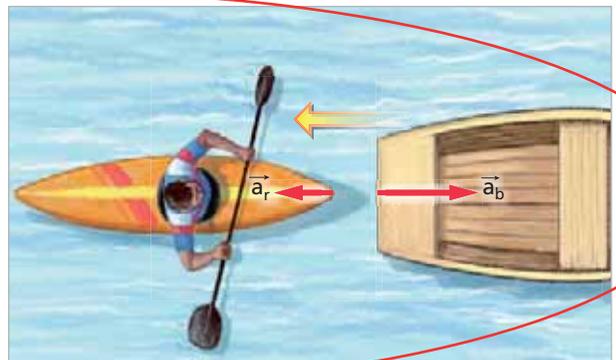
Gli effetti delle forze di azione e reazione su due corpi che interagiscono dipendono dalle loro masse.

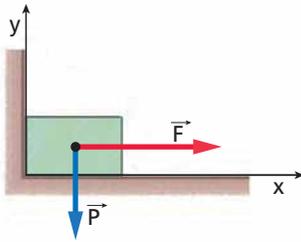
Consideriamo un ragazzo su una canoa e una barca: inizialmente sono fermi, quindi su ciascuno di essi agisce una forza totale nulla.

**1** Il ragazzo (r) esercita contro la barca (b) una forza (azione)  $\vec{F}_{rb}$  e la barca esercita sul ragazzo una forza (reazione)  $\vec{F}_{br}$ .



**2** La canoa si muove con accelerazione  $\vec{a}_r$  e la barca si muove in direzione opposta con accelerazione  $\vec{a}_b$ .

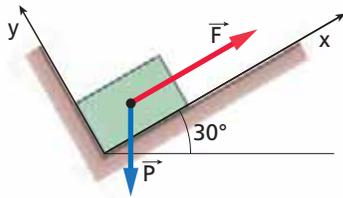




**66** Considera la situazione illustrata nel problema precedente, in cui però il profilo angolare è ruotato di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale.

- Qual è la reazione esercitata dal vincolo?
- Calcola l'accelerazione del blocchetto.

$$\left[ \left( 0, \frac{\sqrt{3}}{2} mg \right) \text{ se } F \geq \frac{mg}{2}, \left( \frac{mg}{2} - F, \frac{\sqrt{3}}{2} mg \right) \text{ se } F < \frac{mg}{2}; \right. \\ \left. \left( \frac{F}{m} - \frac{g}{2}, 0 \right) \text{ se } F \geq \frac{mg}{2}, (0, 0) \text{ se } F < \frac{mg}{2} \right]$$

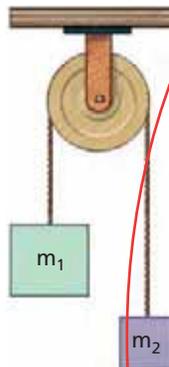


**67** L'apparecchio mostrato in figura, chiamato *macchina di Atwood*, è utilizzato per determinare  $g$  a partire dalla misura della accelerazione  $a$  dei corpi. Supponi che corda e carrucola abbiano massa trascurabile e che la carrucola sia priva di attrito.

- Dimostra che il modulo di  $a$  e la tensione della corda sono rispettivamente:

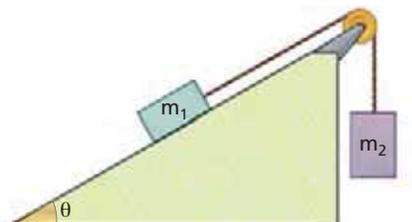
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



**68** Due corpi sono collegati da una corda priva di massa, come mostrato in figura. Il piano inclinato e il piolo sono privi d'attrito.

- Calcola l'accelerazione dei corpi e la tensione nella corda per  $\theta = 30^\circ$  e  $m_1 = m_2 = 5,0$  kg.



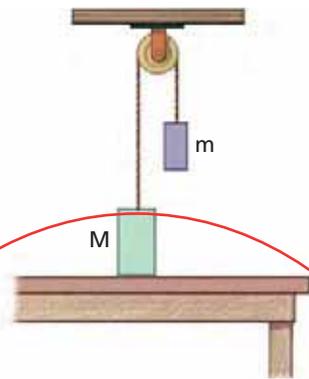
- Determina l'accelerazione dei corpi e la tensione nella corda per valori generici di  $\theta$ ,  $m_1$  e  $m_2$ .

$$\left[ 2,5 \text{ m/s}^2, 37 \text{ N}; a = \frac{m_2 - m_1 \sin \theta}{m_1 + m_2} g, \right. \\ \left. T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \theta)}{m_1 + m_2} g \right]$$

**69** Su un tavolo giace un blocco di massa  $M$  al quale è attaccata una fune, di massa trascurabile, che passa in una carrucola. Alla fune è sospesa una massa  $m$ .

- Calcola la reazione vincolare del tavolo e della carrucola in funzione di  $M$  e  $m$  nel momento rappresentato in figura.

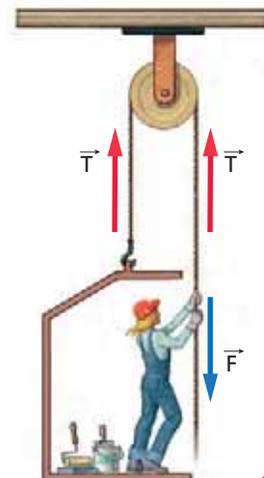
$$\left[ (M - m)g \text{ se } M > m, 0 \text{ se } M \leq m; \right. \\ \left. 2mg \text{ se } M > m, (4mMg)/(m + M) \text{ se } M \leq m \right]$$



**70** Una ragazza sta in piedi su una piattaforma (massa totale = 75 kg) per dipingere una casa. Una fune le consente di sollevare sé stessa e la piattaforma, come mostrato in figura. La ragazza inizia a muoversi con un'accelerazione di  $0,80 \text{ m/s}^2$  e dopo 1 s tira la fune in modo da salire con una velocità costante di 1 m/s.

- Con quale forza la ragazza deve tirare la corda inizialmente?
- Quanto vale la forza che deve esercitare sulla corda dopo 1 s?

$$[4,0 \cdot 10^2 \text{ N}; 3,7 \cdot 10^2 \text{ N}]$$



**88 Supervelcro**

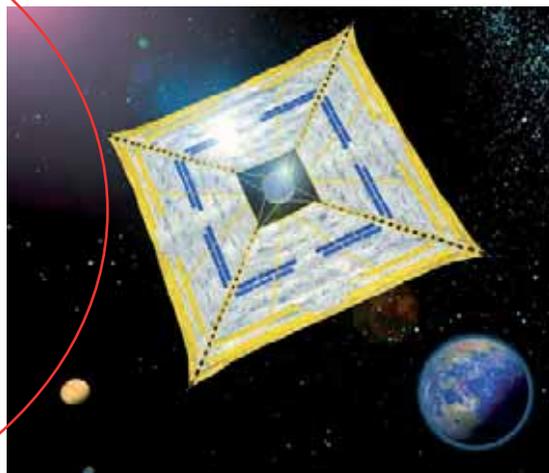
Recentemente è stato sviluppato un «supervelcro» in grado di reggere forze (indipendenti dalla direzione) fino a 35 N per ogni  $\text{cm}^2$  di superficie. Si vuole utilizzare questo materiale per sollevare a velocità costante una massa di 50 kg lungo un piano inclinato di  $45^\circ$ .

► Calcola la superficie minima che si deve utilizzare.

Supponi, poi, che la massa subisca anche un'accelerazione di  $1,2 \text{ m/s}^2$  lungo la direzione del piano e verso l'alto.

► Quanto è in questo caso la superficie necessaria?

[ $9,9 \text{ cm}^2$ ;  $11 \text{ cm}^2$ ]

**89 Fisica alle olimpiadi invernali**

La pista utilizzata durante le gare di discesa libera alle olimpiadi invernali di Torino è stata la «Kandahar Banchetta Giovanni Nasi». Il dislivello complessivo è 1000 m e la lunghezza della pista 3300 m. Considera uno sciatore di 80 kg.

► Determina la reazione vincolare media della pista.

[ $7,5 \cdot 10^2 \text{ N}$ ]

**90 Voglia di partire**

Le navi, quando sono in porto, sono assicurate al molo di attracco tramite cime (funi) fissate ad appositi sostegni. Ogni cima è fissata a un verricello regolato in modo tale da sbloccarsi in automatico (per sicurezza) se la forza si avvicina a quella di rottura. Un valore realistico per la forza massima è quello pari alla forza peso di 75 tonnellate e la nave è assicurata con quattro cime.

► Calcola la spinta che i motori dovrebbero applicare per «strappare» la nave dal molo.

[ $2,9 \cdot 10^6 \text{ N}$ ]

**91 Andare a vela nel cosmo**

L'agenzia spaziale giapponese ha lanciato nel maggio 2010 la sonda Ikaros per l'esplorazione di Venere. Una volta raggiunto lo spazio a bordo di un missile, questa sonda ha «spiegato le vele» per sfruttare la spinta di circa  $9,6 \mu\text{N/m}^2$  esercitata dal vento solare. La vela di Ikaros è un quadrato di 14 m di lato e la massa complessiva della sonda è di  $3,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$ .

► Determina la velocità che può acquisire la sonda se la vela agisce ininterrottamente per un anno (trascura tutte le altre forze).

[ $2,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ ]

**92 Un lancio col paracadute**

Un paracadutista di massa 82 kg si lancia da un aereo e dopo un tratto di 150 m in caduta libera (trascura la resistenza dell'aria) apre il paracadute, che in 5,4 s lo rallenta alla velocità di 3,2 m/s; da questo momento scende a velocità costante.

► Calcola la forza media della cinghia che lo tiene al paracadute durante la decelerazione e durante il resto della discesa.

[ $1,6 \text{ kN}$ ;  $8,0 \cdot 10^2 \text{ N}$ ]

**93 Incollati al sedile**

Le auto di Formula 1 riescono ad accelerare in circa 3,8 s da 0 km/h a 200 km/h. Il pilota della Ferrari Fernando Alonso pesa 68 kg.

► Calcola la reazione vincolare media del solo schienale alla partenza.

► Qual è l'angolo rispetto al suolo della forza applicata dal sedile?

[ $990 \text{ N}$ ;  $-34^\circ$ ]

**94 Un brusco arrivo**

Considera ancora il paracadutista dell'esercizio 92. Nel momento in cui tocca terra si arresta flettendo le ginocchia di 30 cm.

► Calcola la forza media esercitata dai suoi muscoli e paragonala con quella necessaria per reggere il suo peso.

[ $1,4 \text{ kN}$ , ovvero circa 1,7 volte il suo peso]

**95 Kitesurfing**

Uno sport molto di moda è il *kitesurf*. Consiste nel farsi trainare da un aquilone (*kite*) a forma di paracadute su una tavola da surf. Considera un surfista di 68 kg che viaggia a una velocità costante di 7 m/s verso Ovest: il kite esercita una trazione di  $4,4 \cdot 10^2 \text{ N}$ , sempre verso Ovest, ma inclinata di  $45^\circ$  rispetto all'orizzontale.

- ▶ Calcola il modulo della reazione vincolare esercitata dall'acqua prima che il surfista incontri l'onda.

A un certo istante ( $t = 0$  s) una piccola onda gli fa spiccare un salto. Al momento del distacco la velocità ha lo stesso modulo di prima, ma risulta inclinata di  $45^\circ$  verso l'alto rispetto all'orizzontale.

- ▶ Determina l'altezza massima raggiunta dal surfista e la lunghezza del salto che egli compie quando incontra l'onda (considera trascurabili gli attriti durante il salto e costante la trazione dell'aquilone). [4,7 · 10<sup>2</sup> N; 2,3 m, 16 m]



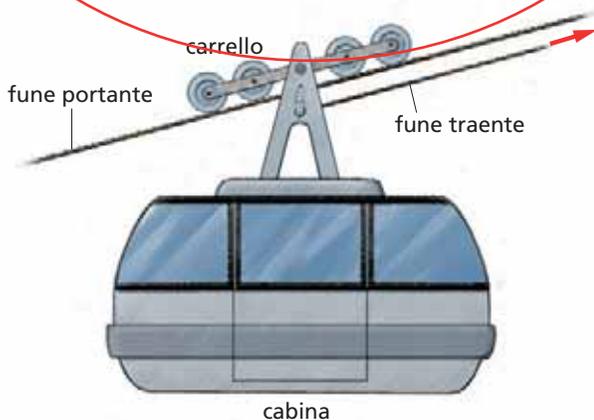
www.kitesurfing.com / wallpaper

**96 Appesi a un filo**

- Una funivia è composta da una cabina appesa a un cavo, detto *portante*, sul quale è libera di scorrere mediante delle pulegge. Un secondo cavo, detto *traente*, è utilizzato per movimentarla. Il cavo portante forma un angolo di  $30^\circ$  con l'orizzontale, ma supponi trascurabile la sua flessione a causa della presenza della cabina. La cabina, di massa complessiva  $1,75 \cdot 10^3$  kg, alla partenza accelera a  $0,500 \text{ m/s}^2$  nella direzione e verso del cavo traente.

- ▶ Determina le forze esercitate dai due cavi sulla cabina.

[Cavo portante:  $1,49 \cdot 10^4$  N, perpendicolare al cavo; cavo traente:  $9,45 \cdot 10^3$  N, lungo il cavo]

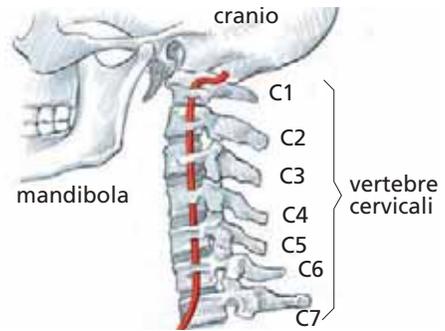


**L'ARTE DELLA STIMA**

**97 Mi sento la testa pesante...**

- Il peso della testa ricade interamente sulle vertebre cervicali (figura).

- ▶ Stima la reazione vincolare delle vertebre cervicali. [40 N]



**98 Freeclimbing**

- Una ragazza di 50 kg si sta arrampicando a velocità costante su una parete di roccia praticamente verticale.

- ▶ Stima la reazione vincolare della parete. [ $F = 5 \cdot 10^2$  N verso l'alto]

**99 L'unione fa la forza**

- Stima la forza di reazione vincolare subita da una ruota di un'automobile di massa 1200 kg. [3 kN]

**100 Ironman**

- Un uomo molto robusto traina un camion avente una massa di 20 t.

- ▶ Stima l'accelerazione che può imprimergli (assumi un valore ragionevole per la forza). [Se  $F = 1$  kN si ha  $a = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$ ]

**101 Una passeggiata faticosa**

- Una mamma cammina lungo una ripida salita (15%) spingendo il suo bimbo nel passeggino.

- ▶ Stima la forza che deve esercitare. [Se  $M_{\text{bimbo}} + M_{\text{passeggino}} = 20$  kg si ha  $F = 3 \cdot 10$  N]

**102 Ahi, che panciata!**

- Un ragazzo di peso  $P$  con massa 60 kg si tuffa in acqua da uno scoglio alto 1 m. Stima la forza media a cui è sottoposto durante il contatto con l'acqua nei seguenti casi.

- ▶ Entra di testa e penetra in acqua per 1 m.
- ▶ Entra di pancia e penetra in acqua per 10 cm. [ $F = 6 \cdot 10^2$  N = peso  $P$  del ragazzo,  $F = 6 \cdot 10^3$  N = 10  $P$ ]

**Esempi**

Goccia di pioggia di raggio 1 mm	$4 \cdot 10^{-5}$ N
Paracadutista di 80 kg	$8 \cdot 10^2$ N
Automobile a 130 km/h	$1 \cdot 10^3$ N

La pallina e la scatola nella foto a lato sono lasciate cadere nello stesso istante: la scatola ha una sezione molto maggiore della pallina e quindi il suo moto viene rallentato maggiormente dall'aria.

**QUANTO? In alto per consumare meno**

Gli aerei di linea volano a quote attorno ai 9 km perché a quell'altezza la densità dell'aria, e quindi il coefficiente  $C$ , è circa il 40% del valore a livello del mare. Così facendo risparmiano circa il 60% di carburante.

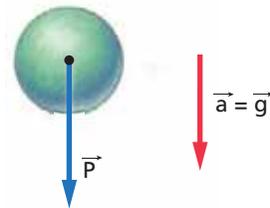
**La velocità limite**

Finora abbiamo trascurato l'attrito dell'aria sui corpi in caduta. Per valutarne gli effetti, consideriamo un corpo di massa  $m$  che inizia a cadere da fermo.

**1** Inizialmente  $v = 0$  m/s e l'unica forza che agisce sul corpo è il suo peso  $mg$ , quindi:

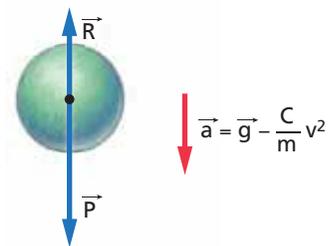
$$mg = ma \Rightarrow a = g$$

Pertanto l'accelerazione iniziale è  $g$ .



**2** All'aumentare di  $v$  aumenta la resistenza aerodinamica  $R = Cv^2$  e diminuisce l'accelerazione:

$$mg - Cv^2 = ma \Rightarrow a = g - \frac{C}{m} v^2$$



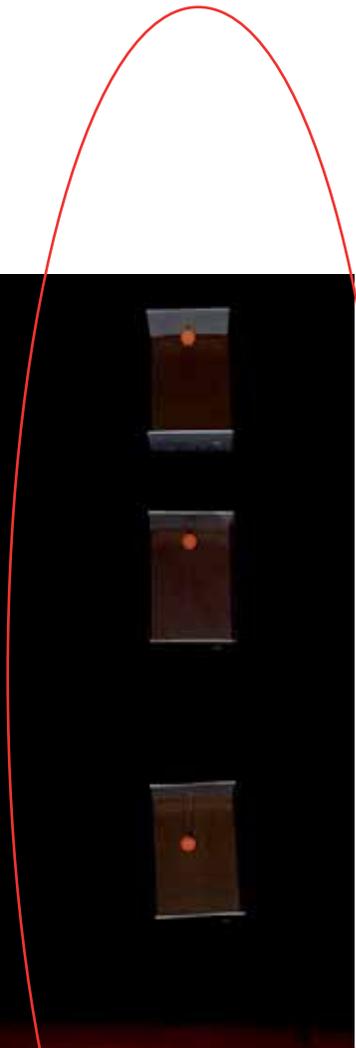
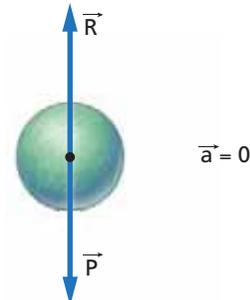
**3** Il modulo della resistenza aumenta fino a diventare uguale al peso:  $R = mg$ , ossia:

$$mg - Cv^2 = 0$$

Ciò avviene per la **velocità limite**  $v_{lim}$ :

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{C}} \quad (4)$$

Da questo momento il corpo cade con la velocità costante  $v_{lim}$ .



## 13 ESEMPIO

Il coefficiente d'attrito statico tra il pianale di un camion e una cassa appoggiata su di esso è 0,30. Il camion viaggia a 80 km/h.

► Qual è la minima distanza in cui può fermarsi il camion senza che la cassa strisci?

## ■ RISOLUZIONE

Lo spazio d'arresto  $s$  dipende dalla decelerazione:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as \Rightarrow s = -\frac{v_i^2}{2a}$$

$s$  è minimo quando la decelerazione è massima:

$$s_{\min} = -\frac{v_i^2}{2a_{\max}}$$

La decelerazione massima  $a_{\max}$  della cassa si ha quando la forza d'attrito statico assume il suo valore massimo

$$F_s = \mu_s mg$$

Per il secondo principio, la decelerazione massima dovuta alla forza d'attrito statico è

$$\left. \begin{array}{l} -F_s = ma_{\max} \\ F_s = \mu_s mg \end{array} \right\} \Rightarrow a_{\max} = -\frac{F_s}{m} = -\frac{\mu_s mg}{m} = -\mu_s g$$

La cassa non striscia sul pianale quando ha la stessa decelerazione del camion. Lo spazio di arresto del camion è

$$s_{\min} = -\frac{v_i^2}{2a_{\max}} = -\frac{v_i^2}{-2\mu_s g} = \frac{v_i^2}{2\mu_s g}$$

## ■ Risultato numerico

$$\mu_s = 0,30$$

$$v = 80 \text{ km/h} = 22 \text{ m/s}$$

$$s_{\min} = \frac{(22 \text{ m/s})^2}{2(0,30)(9,8 \text{ m/s}^2)} = 82 \text{ m}$$

14 I coefficienti d'attrito statico e dinamico tra i pneumatici di un'automobile 4x4 e la strada sono rispettivamente  $\mu_s = 0,60$  e  $\mu_d = 0,50$ .

► Qual è l'accelerazione massima dell'automobile se la forza risultante che agisce su di essa è la forza d'attrito statico che viene esercitata dalla strada?

► Qual è la distanza minima in cui l'automobile può fermarsi se sta viaggiando a 30 m/s e le ruote non slittano?

► Determina lo spazio di frenata se le ruote slittano. [5,9 m/s<sup>2</sup>; 77 m; 92 m]

15 Un'automobile a trazione anteriore accelera costantemente da 0 km/h a 99 km/h in 12 s lungo una strada piana.

► Calcola il minimo coefficiente d'attrito necessario tra la strada e i pneumatici (supponi che le ruote non slittino). [0,23]

16 Una sedia striscia su un pavimento con una velocità iniziale di 3 m/s e si ferma dopo 2 m.

► Calcola il coefficiente d'attrito dinamico tra il pavimento e la sedia. [0,2]

17 Un blocco è su un piano inclinato la cui inclinazione può essere variata. L'inclinazione viene aumentata gradualmente a partire da 0°. A 30° il blocco comincia a strisciare scendendo lungo il piano inclinato e percorre 3,0 m in 2,0 s.

► Determina i coefficienti d'attrito statico e dinamico tra il blocco e il piano. [ $\mu_s = 0,58$ ,  $\mu_d = 0,40$ ]

18 I coefficienti d'attrito statico e dinamico per un corpo di acciaio a contatto con un piano dello stesso materiale sono rispettivamente 0,78 e 0,42. Sia  $\alpha$  l'angolo di cui è inclinato il piano.

► Calcola  $\alpha$  in modo tale che il corpo, se fermo, inizia a scivolare.

► Calcola  $\alpha$  massimo tale che, se il corpo è in moto, si ferma. [ $\alpha > 38^\circ$ ;  $\alpha < 23^\circ$ ]

19 Un corpo di massa 15 kg è posto su un piano inclinato di 20°. Una forza orizzontale di 200 N fa risalire

re il corpo lungo il piano inclinato con un'accelerazione di  $0,25 \text{ m/s}^2$ .

- Qual è il coefficiente d'attrito fra il corpo e il piano inclinato? [0,42]

**20** Una cassa di  $50 \text{ kg}$  deve essere spostata su un pavimento piano e il coefficiente d'attrito statico tra la cassa e il pavimento è  $0,60$ . Per spostarla esistono due metodi: spingere o tirare la cassa con una forza che forma, in entrambi i casi, un angolo  $\theta$  con l'orizzontale.

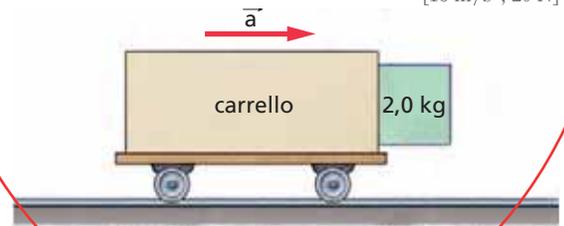
- Spiega perché un metodo è migliore dell'altro.
- Calcola la forza necessaria a muovere la cassa, per ciascun metodo, se  $\theta = 30^\circ$ .
- Confronta i risultati ottenuti con  $\theta = 0^\circ$ .

[Tirando verso l'alto la forza normale si riduce e quindi si riduce l'attrito;  $5,2 \cdot 10^2 \text{ N}$  se spingi,  $2,5 \cdot 10^2 \text{ N}$  se tiri;  $2,9 \cdot 10^2 \text{ N}$ ]

**21** Il coefficiente d'attrito tra la scatola, avente massa  $2,0 \text{ kg}$ , e il carrello di figura è  $0,60$ .

- Calcola l'accelerazione minima del carrello affinché la scatola non cada.
- Determina il modulo della forza d'attrito nella situazione precedente.
- Se l'accelerazione è maggiore del valore minimo, la forza d'attrito sarà maggiore? Spiega perché.
- Dimostra che in generale una scatola di massa qualsiasi non cadrà se l'accelerazione è  $a \geq g/\mu_s$ , con  $\mu_s$  coefficiente d'attrito statico.

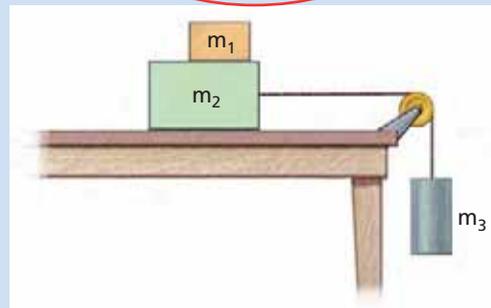
[ $16 \text{ m/s}^2$ ;  $20 \text{ N}$ ]



## 22 ESEMPIO

Nella figura la massa  $m_2 = 10 \text{ kg}$  striscia su una superficie orizzontale levigata. I coefficienti d'attrito statico e dinamico tra la massa  $m_2$  e la massa  $m_1 = 5,0 \text{ kg}$  sono rispettivamente  $\mu_s = 0,60$  e  $\mu_d = 0,40$ .

- Calcola l'accelerazione massima di  $m_1$ .
- Determina il valore massimo di  $m_3$  affinché  $m_1$  si muova insieme a  $m_2$  senza strisciare.



### ■ RISOLUZIONE

- L'accelerazione massima  $a_{\max}$  è data dalla forza massima che può agire tra  $m_1$  e  $m_2$ , ovvero dalla forza d'attrito statico  $F_s$ :

$$\left. \begin{aligned} F_s &= m_1 a_{\max} \\ F_s &= \mu_s m_1 g \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{\max} = \frac{F_s}{m_1} = \frac{\mu_s m_1 g}{m_1} = \mu_s g$$

### ■ Risultato numerico

$$\begin{aligned} \mu_s &= 0,60 \\ g &= 9,8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

- Se le masse  $m_1$  e  $m_2$  non strisciano, l'accelerazione  $a$  delle tre masse è la stessa. Scriviamo il secondo principio della dinamica per ciascun corpo:

$$a_{\max} = 0,60 (9,8 \text{ m/s}^2) = 5,9 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} F_s = m_1 a \\ -F_s + T = m_2 a \\ T - m_3 g = -m_3 a \end{cases}$$

Il valore massimo di  $m_3$  è quello per cui l'accelerazione è massima:

$$a_{\max} = \mu_s g \Rightarrow \begin{cases} F_s = m_1 \mu_s g \\ -F_s + T = m_2 \mu_s g \\ T - m_3 g = -m_3 \mu_s g \end{cases}$$

Dalla risoluzione del sistema otteniamo la massa  $m_3$ :

$$m_3 = \frac{\mu_s (m_1 + m_2)}{1 - \mu_s}$$

### ■ Risultato numerico

$$\begin{aligned}\mu_s &= 0,60 \\ m_1 &= 5,0 \text{ kg} \\ m_2 &= 10 \text{ kg}\end{aligned}$$

$$m_3 = \frac{0,60(5,0 \text{ kg} + 10 \text{ kg})}{1 - 0,60} = 22,5 \text{ kg}$$

**23** Considera la situazione dell'esercizio precedente nel caso in cui  $m_3 = 30 \text{ kg}$ .

- ▶ Qual è l'accelerazione di ciascuna massa?
- ▶ Quanto vale la tensione del filo?

$$[a_1 = 3,9 \text{ m/s}^2, a_2 = a_3 = 6,9 \text{ m/s}^2; 88 \text{ N}]$$

**24** Considera i due blocchi di figura. La fune e la carrucola hanno massa trascurabile. La fune scorre senza attrito sulla carrucola, che è fissata al piano. Il coefficiente d'attrito tra i due blocchi e tra il blocco più grande e il piano è  $0,40$ . Sotto l'azione della forza  $F$ , i blocchi si spostano con accelerazione di  $0,30 \text{ m/s}^2$ .

- ▶ Calcola il modulo di  $F$ .

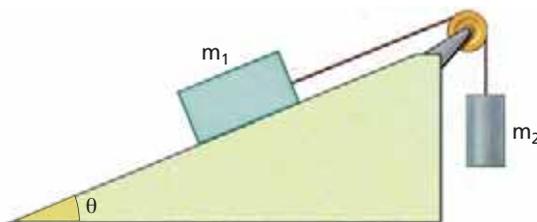
$$[63 \text{ N}]$$



**25** Due corpi rispettivamente di massa  $m_1 = 3,3 \text{ kg}$  e  $m_2 = 4,7 \text{ kg}$  sono disposti come in figura. Si sa che l'angolo  $\theta = 23^\circ$  e che il coefficiente d'attrito tra il piano e il corpo  $m_1$  è  $0,30$ .

- ▶ Determina l'accelerazione dei corpi.

$$[3,1 \text{ m/s}^2]$$



### 29 ESEMPIO

Un paracadutista acrobatico di massa  $60 \text{ kg}$  è capace di rallentare, portandosi a una velocità di  $90 \text{ km/h}$ , modificando la propria forma.

- ▶ Calcola il modulo della forza resistente  $R$  diretta verso l'alto che agisce sul paracadutista. Supponi che la resistenza aerodinamica sia  $R = Cv^2$ .
- ▶ Qual è il valore di  $C$ ?

**26** Un blocco di  $2,0 \text{ kg}$  è appoggiato su un blocco di  $4,0 \text{ kg}$ , che a sua volta si trova su un piano privo d'attrito come in figura. I coefficienti d'attrito tra i due blocchi sono  $\mu_s = 0,30$  e  $\mu_d = 0,20$ .



- ▶ Calcola qual è la massima forza  $F$  che può essere applicata senza che il blocco di  $2,0 \text{ kg}$  strisci su quello di  $4,0 \text{ kg}$ .
- ▶ Quanto vale l'accelerazione di ciascun blocco se  $F$  è il doppio del valore massimo?
- ▶ Calcola l'accelerazione di ciascun blocco e la forza d'attrito che agisce su ciascuno di essi se  $F$  è la metà del valore massimo.

$$[18 \text{ N}; 2,0 \text{ m/s}^2, 7,8 \text{ m/s}^2; 0,8 \text{ m/s}^2, 2,9 \text{ N}]$$

## 2 Resistenza in un mezzo

### 27 QUANTO?

Un container di aiuti umanitari di  $8 \cdot 10^2 \text{ kg}$  scende alla velocità costante di  $4 \text{ m/s}$  grazie a un grande paracadute.

- ▶ Quanto vale la resistenza aerodinamica sul container?

$$[8 \text{ kN}]$$

**28** Un'automobile viaggia a  $120 \text{ km/h}$ . Il coefficiente di resistenza aerodinamica è  $C = 0,80 \text{ kg/m}$ .

- ▶ Determina la forza che l'aria esercita sull'automobile.

$$[0,89 \text{ kN}]$$

### ■ RISOLUZIONE

- Scriviamo il secondo principio della dinamica. Raggiunta la velocità di 90 km/h, la risultante delle forze agenti è nulla:

#### ■ Risultato numerico

$$m = 60 \text{ kg}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

- Calcoliamo il coefficiente  $C$ :

#### ■ Risultato numerico

$$R = 5,9 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$F = ma \Rightarrow R - mg = 0 \Rightarrow R = mg$$

$$R = (60 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 5,9 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$R = Cv^2 \Rightarrow C = \frac{R}{v^2}$$

$$C = \frac{5,9 \cdot 10^2 \text{ N}}{(25 \text{ m/s})^2} = 0,94 \text{ N s}^2/\text{m}^2$$

- 30** Due sfere di identico diametro vengono lasciate cadere in aria. La velocità limite di una è il doppio dell'altra.

- Quanto vale il rapporto tra le loro masse? [4]

- 31** Un corpo di 0,60 kg scivola senza attrito su un lungo piano inclinato di  $30^\circ$ . Sul corpo agisce la resistenza aerodinamica  $R = (-0,80 \text{ kg/m}) v^2$ .

- Calcola la velocità limite del corpo. [1,9 m/s]

- 32** Un paracadute crea una resistenza dell'aria sufficiente a far scendere un paracadutista di 80 kg a una velocità costante di 6,0 m/s.

- Calcola il valore del coefficiente  $C$ .

Un paracadutista acrobatico raggiunge i 60 m/s prima di aprire il paracadute.

- Calcola la forza iniziale, diretta verso l'alto, esercitata dal paracadute sul paracadutista, a 60 m/s, se il paracadute si apre in  $10^{-1}$  s.

- Spiega perché è importante che il paracadute impieghi qualche secondo per aprirsi.

[22 kg/m; 40 kN]

- 33** Nelle competizioni di nuoto gli atleti utilizzano costumi interi realizzati in un materiale sintetico appositamente studiato per ridurre l'attrito con l'acqua del 4,0%. Un atleta che nuota i 200 metri stile libero in 1'50" indossa un costume di questo tipo.

- Calcola di quanto si riduce il suo tempo. [2,2 s]

- 34** L'equazione del moto di un corpo di massa  $m$  che cade nell'aria è  $mg - Cv^2 = ma$ , dove  $C$  è il coef-

ficiente della resistenza aerodinamica del corpo  $R = -Cv^2$ .

- Dimostra che l'accelerazione del corpo è data dalla relazione  $a = (1 - v^2/v_1^2)g$ , dove  $v_1$  è la velocità limite del corpo.

- Traccia in un grafico l'andamento qualitativo dell'accelerazione in funzione del tempo.

- 35** Quando un ciclista viaggia in pianura la resistenza dell'aria è il principale attrito a cui è sottoposto. Un ciclista esercita la stessa forza sia per viaggiare in pianura a 42 km/h sia per salire lungo una salita del 3,5% a 15 km/h. La massa totale del ciclista e della bicicletta è 72 kg.

- Quanto vale il coefficiente  $C$ ? [0,21 N s<sup>2</sup>/m<sup>2</sup>]

## 3 La forza elastica

### 36 QUANTO?

- La scala graduata del dinamometro in figura è lunga 4 cm.

- Quanto vale la costante elastica della molla?

[6 kN/m]



### 37 QUANTO?

- Durante un salto di *bungee jumping* l'elastico si allunga del 200%, la sua costante elastica è di 100 N/m e il salto in totale è stato di 30 m.

Sostituiamo l'espressione per l'accelerazione centripeta:

### ■ Risultato numerico

$$r = 190 \text{ m}$$

$$v = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{a_c}{g} \\ a_c &= \frac{v^2}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(36 \text{ m/s})^2}{(190 \text{ m})(9,8 \text{ m/s}^2)} = 0,70 \Rightarrow \theta = 35^\circ$$

**67** Il circuito automobilistico di Daytona è uno dei più famosi del mondo. I due grandi tornanti sono curve di raggio  $3,0 \cdot 10^2 \text{ m}$  sovrelevate di  $31^\circ$ .

- Calcola a quale velocità deve affrontare tali curve un'auto per percorrerle senza sfruttare l'attrito con l'asfalto.

Nella realtà le auto sfruttano l'attrito per mantenere velocità superiori a quella calcolata prima.

- Determina, in tal caso, qual è la direzione della forza d'attrito. [42 m/s; lungo la pista, verso il basso]

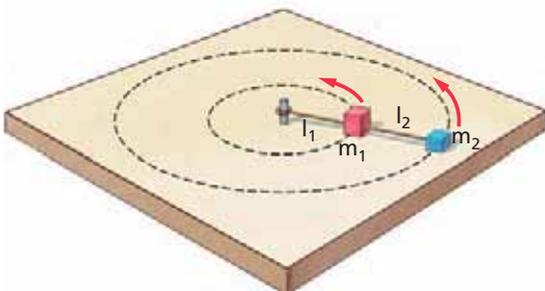


Walter G. Avez / Shutterstock

**68** Un camion trasporta un container. Il coefficiente di attrito statico fra il pianale del camion e il container è 0,40. Il camion affronta una curva circolare di raggio 50 m.

- Determina la massima velocità che il camion può tenere in curva senza che il container scivoli sul pianale. [50 km/h]

**69** Un blocco di massa  $m_1$  è attaccato a una corda lunga  $l_1$ , che è fissata all'altra estremità. La massa si



muove su un tavolo privo d'attrito, descrivendo una circonferenza orizzontale. Un secondo blocco di massa  $m_2$  viene attaccato al primo con una corda lunga  $l_2$ . Anche quest'ultima si muove su una circonferenza, come mostrato in figura.

- Calcola la tensione in ciascuna corda, indicando con  $t$  il periodo del moto.

$$[T_1 = (4\pi^2/t^2)[m_1 l_1 + m_2(l_1 + l_2)]; T_2 = (4\pi^2/t^2)[m_2(l_1 + l_2)]]$$

**70** In un'attrazione di un parco divertimenti i partecipanti stanno con le spalle contro la parete interna di un cilindro rotante e sono tenuti su dall'attrito, mentre il pavimento si allontana dai loro piedi. Supponi che il raggio del cilindro sia 4,0 m.

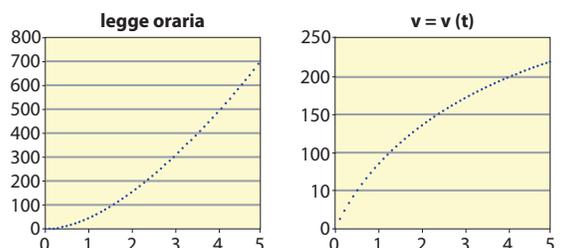
- Determina la minima velocità di rotazione, in giri al minuto, se il coefficiente d'attrito tra la parete e i partecipanti è di 0,40. [24 giri/min]

## 5 Risoluzione numerica del problema del moto

**71** Un corpo di massa 1,0 kg è soggetto a una forza espressa da  $F = K/(t_0 + t)$  con  $K = 120 \text{ Ns}$  e  $t_0 = 1 \text{ s}$ . All'istante iniziale  $t = 0 \text{ s}$  la posizione e la velocità sono  $x_0 = 0 \text{ m}$  e  $v_0 = 0 \text{ m/s}$ . Imposta un foglio di calcolo per risolvere numericamente l'equazione del moto per  $t > 0 \text{ s}$ . In particolare per i primi 5 s di moto:

- traccia il grafico della legge oraria.
- traccia il grafico della legge velocità-tempo.

[La risposta è data dai due diagrammi che seguono]



una particolare forma per il muso dell'ultimo modello di Shinkansen (letteralmente «treno proiettile»), ottenendo un coefficiente  $C$  di 20 kg/m mentre una locomotiva ordinaria ha un coefficiente  $C$  di circa 50 kg/m.

- A quale velocità dello Shinkansen si ha la stessa resistenza dell'aria che su una locomotiva ordinaria che viaggia a 180 km/h? [280 km/h]



Wikimedia Commons

## 82 Arrampicata sfortunata

Le corde utilizzate per assicurare gli alpinisti durante le arrampicate non sono rigide ma hanno una certa elasticità, in modo da frenare in modo graduale una eventuale caduta. La normativa UIAA (*Union Internationale des Associations d'Alpinisme*) stabilisce che una corda da arrampicata per l'omologazione non debba mai sottoporre il corpo dell'alpinista a una forza maggiore di  $1,2 \cdot 10^4$  N. In caso di caduta, una corda di 15 m subisce un allungamento massimo del 20%.

- Calcola la costante elastica della corda. [4,0 kN/m]

## 83 Cacciatorri d'oltreoceano

Le bolas sono un'arma da caccia utilizzata dagli indiani sudamericani e dagli eschimesi. È un'arma composta da tre lacci in cuoio di circa 25 cm legati tra loro; all'estremità di ogni laccio è fissato un peso (un sasso o un sacchetto in cuoio). Ogni peso ha una massa di 120 g e il periodo di rotazione è 0,3 s.

- Quanti kilogrammi dovrebbero essere appesi a un laccio per avere la stessa tensione? [0,34 kg]



The Poison Forest

## 84 Le curve del Pendolino

L'organo dell'equilibrio umano è molto sensibile alle accelerazioni laterali, mentre è molto meno sensibile alle variazioni di accelerazione lungo la verticale. Per rendere più confortevole i viaggi, sono stati realizzati treni a cassa oscillante (Pendolino) che inclinano la cabina dei passeggeri in modo che la composizione della forza di gravità con la forza centrifuga sia rivolta lungo la verticale del passeggero. Il Pendolino può inclinarsi fino a  $8^\circ$  e viaggia a una velocità di 200 km/h.

- Calcola fino a che raggio di curvatura riesce a compensare le accelerazioni laterali. [2 km]



Dgimedia / Wikimedia Commons

## 85 Una giostra colossale

Il rotore di uno dei 9 alternatori della centrale idroelettrica Enel «Luigi Einaudi», presso Entracque, è composto da 8 elettromagneti di massa 35 t ciascuno posti intorno a un asse su una circonferenza di 1,3 m di raggio. Una turbina collegata all'alternatore lo fa ruotare a  $6,0 \cdot 10^2$  giri/min.

- Determina la forza radiale esercitata da uno degli elettromagneti sull'asse e paragonala al suo peso.

[ $1,8 \cdot 10^8$  N, 520 volte il suo peso]

## 86 Al luna park

Osservando una giostra in movimento, ti accorgi che le catene dei seggiolini formano un angolo di



Jamaaludin / Shutterstock

45° rispetto all'orizzontale e ruotano su una circonferenza di raggio 5 m.

- ▶ Quanti giri al minuto compie ogni passeggero? [13 giri/min]

### 87 Sembra rigida

●●● Durante l'urto con la mazza la pallina da golf si deforma anche di 2 cm. La pallina, di massa 46 g, è realizzata in materiale elastico e segue con buona approssimazione la legge di Hooke con una costante elastica di  $7,6 \cdot 10^5$  N/m. Considera il momento di massima compressione.

- ▶ Calcola la forza che agisce sulla pallina.
- ▶ Qual è l'accelerazione della pallina?

[ $1,5 \cdot 10^4$  N;  $3,3 \cdot 10^5$  m/s<sup>2</sup>]



perrecipitate.wordpress.com

### 88 La frizione

●●● La frizione di un'automobile è costituita da due dischi di ferro (un materiale con alto coefficiente d'attrito) premuti da molle uno contro l'altro. Il comando a pedale del guidatore permette di diminuire la compressione delle molle, diminuendo così la forza di contatto tra i dischi fino a separarli del tutto; è quindi possibile modulare la forza trasmessa dal motore alle ruote. Il coefficiente d'attrito tra i dischi è di 0,65 e la costante elastica di ciascuna delle 6 molle è di  $2,8 \cdot 10^4$  N/m.

- ▶ Calcola la massima forza trasmessa da questa frizione se la massima compressione delle molle è di 20 mm. [2,2 kN]



turmax

### 89 Giostra angolare

●●● Una giostra è formata da un disco rotante al cui bordo sono attaccati i cavi dei seggiolini su cui stanno le persone. Considera una giostra con queste caratteristiche: raggio disco 2 m, lunghezza cavi 3,5 m, cavo inclinato di 20°.

- ▶ Determina il periodo di rotazione della giostra.
- ▶ Calcola la tensione del cavo se nel seggiolino sta un bambino di 30 kg. [6 s; 0,31 kN]

### 90 Gita in treno sul fiordo

●●● La linea Flam-Songerfiord, in Norvegia, è una delle ferrovie di tipo tradizionale (non a cremagliera) più ripide d'Europa: in alcuni tratti raggiunge pendenze del 55%. La massa della locomotiva è di 64 t con 8 ruote motrici. Supponi che il peso sia equamente distribuito tra tutte le ruote e che il coefficiente d'attrito statico tra esse e la rotaia sia 0,3.

- ▶ Quante carrozze di massa 42 t sarebbe in grado di tramare prima di slittare? [7]

### 91 Skilift

●●● Uno skilift traina gli sciatori su un pendio innevato che forma un angolo di 30° con l'orizzontale. Il cavo di traino a sua volta forma un angolo di 30° rispetto al pendio. Il coefficiente d'attrito tra la soletta degli sci e la neve è 0,050 e la massa dello sciatore è 76 kg.

- ▶ Stima la tensione del cavo.

Negli impianti francesi invece del cavo c'è un bastone telescopico con una molla all'interno.

- ▶ Se il bastone si allunga di 2,0 m quanto vale la costante elastica? [ $4,7 \cdot 10^2$  N;  $2,3 \cdot 10^2$  N/m]



51MFG

### 92 Acceleratore di particelle?

●●● Il Nardò Ring, in Puglia, è un circuito circolare di 12,5 km di diametro per prove di velocità di veicoli. La pista è rialzata di un angolo tale che un'auto a 245 km/h riceve la forza centripeta solo dalla componente orizzontale della normale e non dall'attrito dei pneumatici. Il record attuale di velocità per un autoveicolo è di 404 km/h.

**97 Tutti a bordo!**

- ● ● Stima la costante elastica delle sospensioni di un'automobile. (Suggerimento: di quanto si abbassa l'automobile quando è piena di persone?)  $[10^5 \text{ N/m}]$

**98 Zurigo-Berna in 12 minuti**

- ● ● In Svizzera è allo studio una linea ferroviaria sotterranea chiamata *Swissmetro*. Essa collegherà varie città della Svizzera con treni a levitazione magnetica; questi viaggeranno in tunnel sotterranei, nei quali verrà ridotta la densità dell'aria a circa 1/10 del valore normale. Ciò ridurrà drasticamente gli attriti, consentendo ai convogli di raggiungere una velocità di 600 km/h.
- ▶ Sapendo che  $C$  è proporzionale alla densità dell'aria, stima la forza d'attrito su questo treno alla sua massima velocità ( $C$  è circa 20 kg/m per i treni ad alta velocità giapponesi).  $[56 \text{ kN}]$



Swissmetro

**99 Ghiaccio nero**

- ● ● Il «ghiaccio nero» è una pericolosissima insidia per gli automobilisti. È infatti un sottilissimo strato di ghiaccio invisibile che si forma sull'asfalto soprattutto nelle prime ore del mattino. Il coefficiente d'attrito statico tra la gomma e l'asfalto è  $\mu_{ga} = 0,9$  mentre l'analogo coefficiente della gomma con il ghiaccio è  $\mu_{gg} = 0,09$ .
- ▶ Calcola come cambiano gli spazi di frenata.  $[s_{f,gg} = 10 s_{f,ga}]$



trainiere911.com

**100 La fisica sotto i piedi**

- ● ● Stima la costante elastica della suola in gomma di una scarpa da ginnastica.  $[3 \cdot 10^4 \text{ N/m}]$



Beta Work

**101 Ganasce dei freni**

- ● ● Un ciclista procede a 25 km/h, quando frena e arresta la sua bicicletta (massa totale 90 kg) in 4 m.
- ▶ Stima la forza con cui le ganasce dei freni di una bicicletta stringono il cerchione, se il coefficiente d'attrito gomma-acciaio è 0,3.  $[2 \text{ kN}]$

**102 Aliscafo**

- ● ● L'aliscafo è una imbarcazione che, superata una certa velocità, si solleva su speciali pinne e la chiglia esce dall'acqua. In questo modo la sezione è ridotta di circa un ordine di grandezza.
- ▶ Stima il rapporto fra la velocità massima di un aliscafo rispetto e quella di una imbarcazione tradizionale a parità di forza dei motori.  $[3]$



Roberto De Martino / Wikimedia Commons

**103 Pesa la mela**

- ● ● Stima quanto vale la costante elastica del dinamometro di figura (stima le quantità necessarie al calcolo dalla figura stessa).  $[k = 1,5 \text{ N/cm}$  per un diametro della mela pari a 8 cm]



# Lavoro ed energia



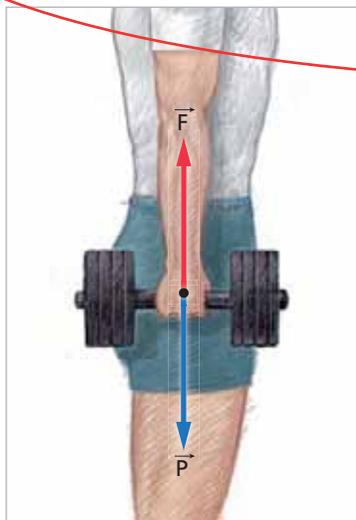
Photography Match

## 1 Lavoro di una forza

La grandezza fisica **lavoro** è legata all'azione di una forza lungo uno spostamento. Più precisamente, una forza compie lavoro su un corpo solo quando si realizzano le due condizioni seguenti:

- il corpo si sposta sotto l'azione della forza;
- la forza ha un componente non nullo lungo la direzione dello spostamento.

**1** La forza  $\vec{F}$  che tiene fermo il peso non compie il lavoro perché non lo sposta.



**2** La forza  $\vec{F}$  non compie lavoro perché ha componente nullo lungo lo spostamento.



**3** La forza  $\vec{F}$  compie lavoro perché ha un componente  $\vec{F}_\parallel$  lungo lo spostamento.



In fisica il lavoro è una grandezza che non sempre coincide con una attività legata allo sforzo muscolare. Nel quadro *L'alzaia* del 1864 (pagina seguente), Telemaco Signorini ritrae alcuni uomini nell'atto di portare in secca un'imbarcazione sulle rive dell'Arno.

Il lavoro degli uomini comporta un grande sforzo muscolare per tirare l'imbarcazione. Anche l'uomo col cilindro esercita un piccolo sforzo muscolare per stare in piedi.

della Terra. In questo caso l'energia potenziale gravitazionale è una proprietà del sistema tuffatore-Terra nel suo insieme. In generale:

l'energia potenziale è una proprietà del **sistema** formato dai corpi che interagiscono.

Quando il tuffatore sale sul trampolino cambia l'energia potenziale gravitazionale del sistema tuffatore-Terra. Il moto della Terra è però trascurabile rispetto a quello del tuffatore: per semplicità si parla quindi di *energia potenziale del tuffatore*.

Nei casi come questo, in cui un corpo si muove e le altre componenti del sistema hanno moti trascurabili, si parla per semplicità di *energia potenziale del corpo* e non di *energia potenziale del sistema*.

## Differenza di energia potenziale e lavoro

L'energia potenziale di un corpo in un punto  $P$  dipende dalla scelta dello zero dell'energia potenziale, cioè del punto  $O$  in cui si fissa  $U_O = 0$ . Abbiamo incontrato questa situazione anche nel caso di altre grandezze fisiche:

- l'origine del sistema di riferimento in cui misurare la posizione di un corpo può essere scelta in modo arbitrario; lo spostamento fra due posizioni è indipendente da questa scelta;
- l'istante  $t = 0$  s da cui iniziare la misura dei tempi è arbitrario; l'intervallo di tempo fra due istanti non dipende dalla scelta fatta per l'istante iniziale.

Per le grandezze posizione e tempo l'informazione significativa dal punto di vista fisico non risiede nel valore della grandezza ma nella differenza dei valori che la grandezza assume nel corso della misurazione. Questo accade anche nel caso dell'energia potenziale: l'informazione significativa non è data dal valore dell'energia potenziale ma dal valore della *differenza di energia potenziale* fra i punti iniziale e finale. Infatti

il lavoro che una forza conservativa compie su un corpo che si sposta da  $A$  a  $B$  è uguale alla differenza fra il valore iniziale e il valore finale della corrispondente energia potenziale:

$$L_{A \rightarrow B} = U_A - U_B \quad (11)$$

Per dimostrare la (11), osserviamo che il lavoro  $L_{A \rightarrow B}$  non dipende dal cammino percorso; lo possiamo calcolare lungo un percorso  $A \rightarrow O \rightarrow B$  che passa per il punto  $O$  scelto come zero dell'energia potenziale:

$$L_{A \rightarrow B} = L_{A \rightarrow O} + L_{O \rightarrow B}$$

Per la (9) si ha  $L_{A \rightarrow O} = -L_{O \rightarrow A}$  e quindi

$$L_{A \rightarrow B} = -L_{O \rightarrow A} + L_{O \rightarrow B}$$

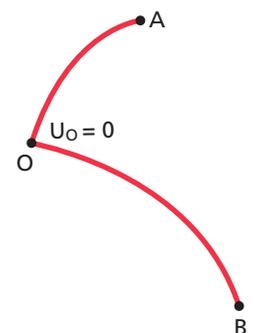
I termini a destra del segno = sono legati all'energia potenziale; infatti dalla definizione (10) segue:

$$-L_{O \rightarrow A} = U_A \quad L_{O \rightarrow B} = -U_B$$

Sostituendo questi valori nella relazione precedente otteniamo, in definitiva,

$$L_{A \rightarrow B} = U_A - U_B$$

Il calcolo del lavoro  $L_{A \rightarrow B}$  non dipende quindi dal punto  $O$  ma solo dai punti iniziale e finale  $A$  e  $B$ .



Introducendo la funzione

$$U_{\text{tot}} = U_1 + U_2$$

la relazione precedente diventa:

$$L_{\text{tot}} = U_{\text{tot}A} - U_{\text{tot}B}$$

analoga alla (11):  $U_{\text{tot}} = U_1 + U_2$  è quindi l'energia potenziale totale relativa alle due forze.

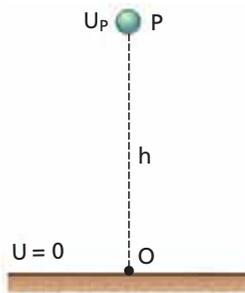
## 6 Energia potenziale gravitazionale

Applichiamo la procedura vista nel paragrafo precedente per calcolare l'energia potenziale gravitazionale di un corpo di massa  $m$  posto a un'altezza  $h$  dal pavimento.

**1** Scegliamo come zero dell'energia potenziale un qualsiasi punto sul pavimento; per la (10) si ha:

$$U_P = -L_{O \rightarrow P}$$

La forza peso è conservativa, quindi possiamo calcolare il lavoro  $L_{O \rightarrow P}$  che essa compie dal pavimento a  $P$  lungo un qualsiasi percorso, per esempio la verticale da  $O$  a  $P$ .

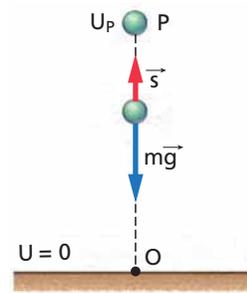


**2** Nel percorso lungo  $h$  la forza di gravità ha modulo costante  $mg$  e ha verso opposto allo spostamento: quindi compie un lavoro negativo

$$L_{O \rightarrow P} = -mgh$$

In definitiva:

$$U_P = -L_{O \rightarrow P} = -(-mgh) = mgh$$



In generale, l'energia potenziale di un corpo di massa  $m$  posto a un'altezza  $h$  dal livello zero scelto è

$$U = mgh \quad (15)$$

Come suggerisce il calcolo precedente, il valore dell'energia potenziale dipende dal livello in cui si pone  $U = 0$ .

**1** Se si sceglie come livello zero dell'energia potenziale il suolo  $O'$  e il pavimento ha un'altezza  $H$  rispetto a esso, l'energia potenziale del corpo nel punto  $P$  è

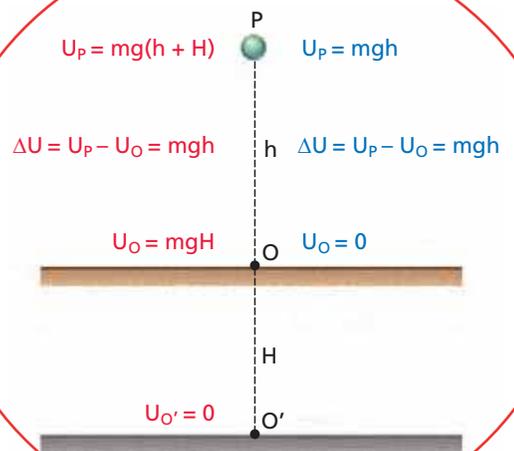
$$U_P = mg(h + H)$$

mentre quella del corpo sul pavimento  $O$  è

$$U_O = mgH$$

**2** Notiamo però che la differenza di energia potenziale fra  $P$  e  $O$  non dipende dalla scelta dello zero dell'energia potenziale. Infatti:

- se  $U_O = 0 \Rightarrow \Delta U = U_P - U_O = mgh - 0 = mgh$ ;
- se  $U_{O'} = 0 \Rightarrow \Delta U = U_P - U_O = mg(h + H) - mgH = mgh$



la potenza media  $\bar{P}$  è il rapporto fra l'energia trasformata e l'intervallo di tempo impiegato nella trasformazione

$$\bar{P} = \frac{\text{energia trasformata}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{E}{\Delta t} \quad (21)$$

Questa definizione consente di comprendere le indicazioni di potenza che si leggono nei dispositivi di uso comune. Per esempio:

- un asciugacapelli da 2 kW converte energia elettrica in energia termica e meccanica al ritmo di  $2 \cdot 10^3$  J/s;
- una lampada da 22 W converte energia elettrica in energia termica e luminosa al ritmo di 22 J/s;
- una caldaia a gas da 24 kW converte  $2,4 \cdot 10^4$  J/s di energia chimica in energia termica e meccanica.

Il nostro organismo necessita di una potenza minima, detta **metabolismo basale**, per svolgere le funzioni vitali, come la respirazione e la circolazione sanguigna. Per un uomo di 70 kg è circa 80 W.

## Potenza a velocità costante

Una forza  $\vec{F}$  che muove un corpo a velocità costante  $v$  per un tratto  $\Delta s$  compie un lavoro  $L = F \Delta s$ . In questa situazione la potenza erogata è

$$P = \frac{L}{\Delta t} = F \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Essendo  $v = \Delta s / \Delta t$  la velocità con cui si muove il corpo, la potenza è

$$P = Fv \quad (22)$$

### QUANTO? Potenza e resistenza

Un'automobile di media cilindrata necessita di una potenza di  $1,5 \cdot 10^4$  W per procedere a 100 km/h (28 m/s). La risultante delle forze di attrito e di resistenza aerodinamica che si oppongono al moto è

$$F = \frac{P}{v} = \frac{1,5 \cdot 10^4 \text{ W}}{28 \text{ m/s}} = 5,4 \cdot 10^2 \text{ N}$$

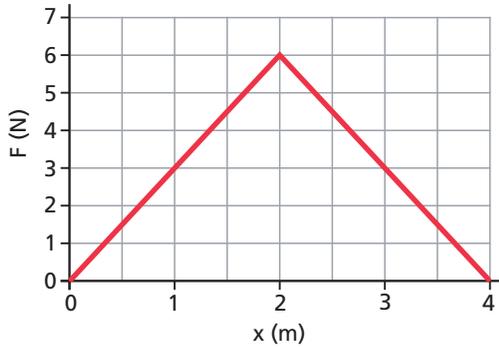
### MINDBUILDING La morale è sempre quella: vai piano!

Quando un'automobile viaggia a grande velocità, diciamo oltre i 100 km/h, si può ritenere che la resistenza aerodinamica sia la forza più intensa che si oppone al moto. È quindi una buona approssimazione considerarla l'unica forza che ostacola il moto. La resistenza aerodinamica dipende dalla velocità secondo la legge  $R = Cv^2$ , dove  $C$  è un coefficiente che dipende dalla forma dell'automobile. L'automobile si muove a velocità costante se il motore esercita una spinta uguale e contraria alla resistenza aerodinamica. Quindi la potenza che il motore deve erogare per mantenere l'automobile alla velocità  $v$  è

$$P = Rv = Cv^3$$

La potenza cresce con il cubo della velocità: per aumentare la velocità del 50%, passando da  $v$  a  $1,5v$ , bisogna erogare una potenza  $1,5^3$  volte maggiore e quindi consumare una quantità di carburante 3,4 volte maggiore ( $1,5^3 = 3,4$ ).

- ▶ È maggiore la velocità in  $x = 0$  m o in  $x = 2$  m? Perché?
- ▶ È maggiore la velocità in  $x = 2$  m o in  $x = 4$  m? Perché? [12 J; in  $x = 2$  m, perché il lavoro è positivo: in  $x = 4$  m, perché il lavoro è positivo]

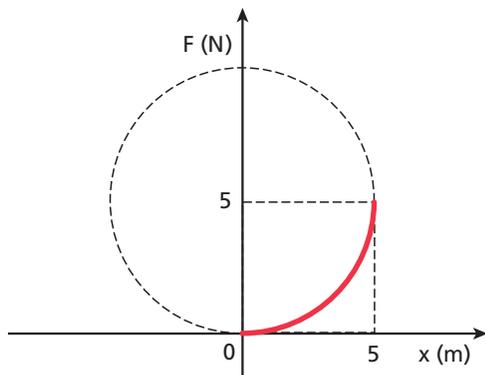


- 19** Una particolare forza dipende dalla distanza  $x$  secondo la formula

$$F = 5 - \sqrt{25 - x^2}$$

da  $x = 0$  m fino alla distanza di 5 m ( $F$  in newton,  $x$  in metri).

- ▶ Qual è il lavoro fatto da questa forza su un oggetto che si sposta da  $x = 0$  m a  $x = 5$  m (figura)? [L = 25(1 -  $\pi/4$ ) J = 5,4 J]



- 20** Per comprimere lentamente l'aria in una siringa vuota e tappata, occorre una forza che aumenta man mano che lo stantuffo avanza. Per una siringa di lunghezza  $l_0 = 10$  cm e di volume complessivo 60 mL, la forza è approssimativamente data dalla formula

$$F = F_0 \frac{x}{l_0 - x} \quad 0 < x < 0,7l_0$$

dove  $F_0 = 60$  N e  $x$  è lo spostamento dello stantuffo dalla posizione iniziale.

- ▶ Disegna il grafico della forza in funzione di  $x$ .

- ▶ Suddividendo in almeno quattro parti il percorso, calcola approssimativamente il lavoro necessario a comprimere di  $x = l_0/2$  lo stantuffo. [L  $\approx$  1,2 J]

### 3 Energia cinetica

**21** QUANTO?

- ▶ Quanta energia cinetica possiede un pallone da calcio di 430 g che viaggia a circa 20 m/s? [9 · 10 J]

**22** QUANTO?

- ▶ Quanta energia cinetica possiede un proiettile di 20 g sparato a 10<sup>3</sup> m/s? [1 · 10<sup>4</sup> J]

- 23** In una gara di lancio del martello, un atleta impartisce all'attrezzo, di massa 7,3 kg, una velocità iniziale di 29 m/s.

- ▶ Calcola il lavoro compiuto per lanciare il martello. [3,1 · 10<sup>3</sup> J]

- 24** A 20 °C l'energia cinetica media di una molecola di ossigeno è circa  $6 \cdot 10^{-21}$  J. La massa della molecola è  $5 \cdot 10^{-26}$  kg.

- ▶ Qual è la velocità media della molecola? [5 · 10<sup>2</sup> m/s]

- 25** L'Airbus A380 ha una massa di 560 t e una velocità di crociera di 850 km/h.

- ▶ Calcola la sua energia cinetica. [1,6 · 10<sup>10</sup> J]

- 26** L'asteroide 99942 Apophis ha una massa pari a  $4,6 \cdot 10^{10}$  kg. Potrebbe impattare la Terra con una velocità di circa 13 km/s.

- ▶ Quanta energia libererebbe l'impatto? [3,9 · 10<sup>18</sup> J  $\approx$  900 megatoni]

- 27** Sei al volante di un'auto di massa 800 kg che viaggia a 20 m/s. Nel verso opposto sta viaggiando un'auto identica con velocità -20 m/s.

- ▶ Qual è l'energia cinetica delle due auto per una persona che è ferma lungo la strada?
- ▶ Qual è l'energia cinetica delle due auto per te che stai guidando e usi la tua auto come sistema di riferimento? [3,2 · 10<sup>5</sup> J; 6,4 · 10<sup>5</sup> J]

- 28** Un furgone di massa 3,5 t viaggia a 30 km/h. Una moto (con il guidatore) ha una massa di 350 kg.

- ▶ Calcola quale deve essere la velocità della moto, per avere la stessa energia cinetica del furgone. [95 km/h]

ESERCIZI

Qual è l'allungamento di ciascuna molla rispetto alla posizione di riposo?

► **Metodo basato sulle forze**

All'equilibrio le forze delle due molle sono opposte, ma hanno lo stesso modulo:

Questa è un'equazione in  $x$ ; risolvendola, otteniamo l'allungamento della molla di sinistra:

L'allungamento della molla di destra è

► **Metodo basato sull'energia**

Per le forze conservative un punto di equilibrio coincide con un minimo dell'energia potenziale. Le energie potenziali delle due molle sono:

L'energia totale è la somma delle due energie:

L'energia  $U$  in funzione di  $x$  è rappresentata da una parabola con concavità verso il basso:

Il minimo è nel vertice della parabola. La coordinata  $x$  del vertice di una parabola è

Il questo caso il minimo si ha per

Osservando la figura vediamo che la molla di sinistra è allungata di un tratto  $x$ , mentre quella di destra è allungata di un tratto  $L - x$ .

$$k_1 x = k_2 (L - x)$$

$$x = L \frac{k_2}{k_1 + k_2}$$

$$L - x = L \frac{k_1}{k_1 + k_2}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} k_1 x^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} k_2 (L - x)^2$$

$$U = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) x^2 - k_2 L x + \frac{1}{2} k_2 L^2$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

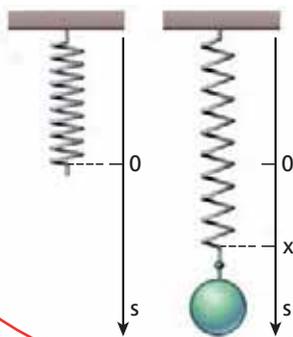
$$a = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) \quad b = -k_2 L \quad c = \frac{1}{2} k_2 L^2$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x = L \frac{k_2}{k_1 + k_2}$$

**47** Prendi una molla di costante  $k$  e appendila. Il suo stesso peso la allungherà un poco, ma tu puoi trascurare questo fatto. Usa una coordinata verticale  $s$  e metti l'origine nel punto in cui la molla è a riposo. Attacca una massa  $m$  alla molla: questa si allungherà di un tratto  $x$ .

- Determina  $x$ .
- Verifica che l'energia potenziale elastica è minima. [ $x = mg/k$ ;  $kx^2/2 - mgx$ ; il vertice è in  $x = mg/k$ ]



**48** Le molle precomprese sono molle le cui spire si toccano, per cui non sono comprimibili; inoltre se si vuole produrre un allungamento è necessario superare una forza iniziale  $F_0$ . Considera una molla di costante elastica  $k = 40$  N/cm, precompressa con una forza  $F_0 = 20$  N.

- Calcola il lavoro necessario ad allungare la molla di 10 cm.
- Disegna il grafico dell'energia potenziale.

[21 J; arco di parabola:  $U = F_0 x + kx^2/2$  ( $x > 0$ )]

## 8 La conservazione dell'energia meccanica

### 49 QUANTO?

- Un tuffatore di 60 kg si lascia cadere da una piattaforma di 5 m.
- Qual è la velocità del tuffatore a metà altezza?

[7 m/s]

Poiché le due masse sono inizialmente ferme e  $m_2$  è nell'origine del sistema di riferimento, l'energia totale iniziale è solo l'energia potenziale di  $m_1$ :

L'energia si conserva. Quando le due masse sono alla stessa quota l'energia totale  $E$  ha lo stesso valore che aveva inizialmente. Essendo note le energie potenziali delle due masse, si ricava l'energia cinetica complessiva:

L'energia cinetica delle due masse può essere espressa in funzione della velocità  $v_1$  di  $m_1$ , che è la nostra incognita:

Abbiamo già calcolato  $K_1 + K_2$ ; tenendo conto che la velocità  $v_1$  è diretta verso il basso e quindi va scelto il valore negativo della radice quadrata, risulta:

In definitiva, nel punto d'incontro

$$E = U_{01} = m_1 g s_{01} = \\ = (0,50 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(4,0 \text{ m}) = 19,6 \text{ J}$$

$$E = U_1 + U_2 + K_1 + K_2 \Rightarrow K_1 + K_2 = E - U_1 - U_2$$

$$U_1 = m_1 g s_1 = (0,50 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(1,0 \text{ m}) = 4,9 \text{ J}$$

$$U_2 = m_2 g s_2 = (1,20 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(1,0 \text{ m}) = 11,8 \text{ J}$$

$$K_1 + K_2 = 19,6 \text{ J} - 4,9 \text{ J} - 11,8 \text{ J} = 2,9 \text{ J}$$

$$K_1 + K_2 = \frac{1}{2} m_1 (v_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(-\frac{v_1}{3}\right)^2 = \\ = v_1^2 \left(\frac{1}{2}\right)(0,50 \text{ kg}) + v_1^2 \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{2}\right)(1,20 \text{ kg}) = \\ = v_1^2 (0,317 \text{ Js}^2/\text{m}^2)$$

$$v_1^2 (0,317 \text{ Js}^2/\text{m}^2) = 2,9 \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = -\sqrt{\frac{2,9 \text{ J}}{0,317 \text{ Js}^2/\text{m}^2}} = -3,0 \text{ m/s}$$

la massa  $m_1$  scende a 3,0 m/s mentre la massa  $m_2$  sale a 1,0 m/s.

- 57** Riprendi l'esempio svolto e calcola la velocità dei due oggetti quando distano nuovamente 4,0 m, ma le posizioni si sono invertite rispetto alla situazione iniziale, cioè l'oggetto più leggero è ora in basso rispetto all'altro. [-6,9 m/s; 2,3 m/s]

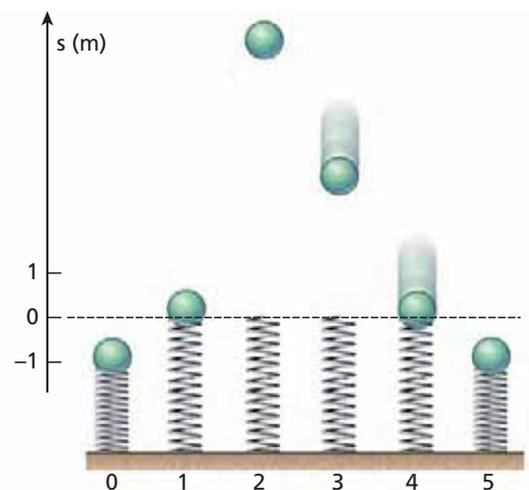
- 58** Un proiettile di 0,75 kg è lanciato verticalmente a 18 m/s.
- ▶ Determina l'altezza a cui salirebbe se non ci fosse l'attrito dell'aria.
  - ▶ Calcola l'energia dissipata dall'attrito dell'aria nel caso il proiettile arrivi solo a 15 m. [17 m; 11 J]

- 59** Un piano inclinato è lungo 50 cm e alto 30 cm. Un blocco è in cima al piano inclinato e inizia a scivolare. Arrivato in fondo al piano inclinato prosegue per 60 cm e si ferma. Sia il piano inclinato sia il piano orizzontale sul quale il blocco prosegue la corsa sono fatti dello stesso materiale, perciò il coefficiente d'attrito cinetico tra essi e il blocco è lo stesso.
- ▶ Quanto vale questo coefficiente d'attrito? [0,3]

- 60** Una molla molto lunga con costante elastica  $k = 50 \text{ N/m}$  è compressa di 1,0 m. Sopra la molla

viene appoggiata una palla di massa 0,50 kg. La palla viene rilasciata e la molla la spinge verso l'alto. La massa della molla si può trascurare e non ci sono attriti. La palla sale, arriva a una quota massima e ricade sulla molla comprimendola nuovamente. In figura sono schematizzate le sei fasi. Utilizza una coordinata verticale con l'origine nel punto in cui la molla smetta di essere compressa.

- ▶ Completa la tabella della pagina seguente.



Fase	Situazione	Energia cinetica (J)	Energia gravitazionale (J)	Energia della molla (J)	Energia totale (J)	Posizione (m)	Velocità (m/s)
0	Inizio	0	-4,9	25	20,1	-1,0	0
1	La molla non è né allungata, né compressa						
2	L'oggetto arriva alla quota massima						
3	L'oggetto è a metà tra la quota massima e la quota di partenza						
4	L'oggetto urta la molla						
5	L'oggetto, dopo aver compresso la molla, si ferma						

[colonna 1: 0 20,1 0 12,5 20,1 0; colonna 2: -4,9 0 20,1 7,6 0 -4,9; colonna 3: 25 0 0 0 0 25; colonna 4: 20,1 20,1 20,1 20,1 20,1 20,1; colonna 5: -1,0 0 4,1 2,6 0 -1,0; colonna 6: 0 9,0 0 -7,1 -9,0 0]

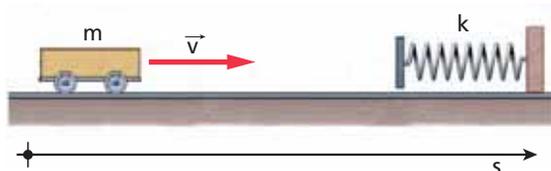
**61** A una molla di lunghezza (a riposo) pari a 20 cm e costante elastica  $k = 20 \text{ N/m}$  è attaccata una massa di 510 g. La molla è appesa al soffitto. La massa viene sollevata fino a che la molla si accorcia di 10 cm e poi è lasciata andar giù.

► Di quanto scende la massa prima di fermarsi?

[70 cm]

**62** Un carrello di massa  $m$  si muove con velocità  $v$  lungo una rotaia senza attrito. Alla fine della rotaia c'è una molla di costante  $k$  che fa da respingente. La molla si accorcia e frena il carrello. La massima forza esercitata dalla molla si ha nel momento in cui il carrello è fermo.

► Determina il valore di questa forza. [ $F_{\max} = v\sqrt{km}$ ]



## 9 Potenza

### 63 QUANTO?

La turbina LM6000-PF può produrre 180 miliardi di joule in un'ora.

► Qual è la sua potenza? [50 MW]

### 64 QUANTO?

Il motore BMW-V8 dà una potenza di 400 CV.

► Quanto vale questa potenza in kW? [300 kW]

**65** Qual è la potenza media necessaria per accelerare da 0 km/h a 100 km/h un'auto di massa 800 kg in 5,0 s? (Trascura gli attriti.) [62 kW]

**66** Un montacarichi di massa 300 kg solleva un carico costituito da 500 kg di mattoni a 1,2 m/s. In prima approssimazione trascura l'attrito.

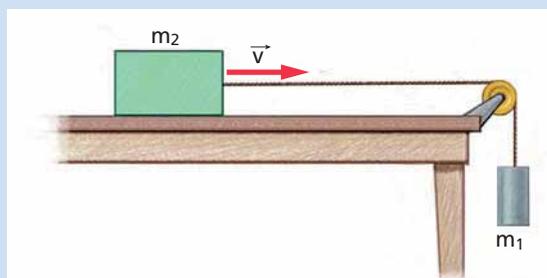
► Qual è la potenza necessaria? [9,4 kW]

### 67 ESEMPIO

Un cilindro di metallo di massa  $m_1 = 2,0 \text{ kg}$  sta trascinando un blocco di massa  $m_2 = 5,0 \text{ kg}$  che si trova su un tavolo. Il tutto si muove a velocità costante  $v = 1,5 \text{ m/s}$ .

► Calcola la potenza dissipata dall'attrito.

► Calcola il coefficiente d'attrito.



- ▶ Stima la perdita di potenza a causa di questo attrito per un'automobile che viaggia a  $2 \cdot 10 \text{ m/s}$  (circa  $70 \text{ km/h}$ ). [2 kW]

### 75 UFO aerostatico

- I palloni sonda (spesso scambiati per dischi volanti) sono grossi involucri riempiti di un gas leggero che permettono di trasportare ad alta quota strumentazione scientifica. La velocità di salita viene mantenuta a circa  $300 \text{ m/min}$  e la massa complessiva del pallone con la strumentazione è  $4 \text{ kg}$ .

- ▶ Esprimi l'energia potenziale gravitazionale in funzione del tempo. [ $U(t) = 2 \cdot 10^2 t$ ]

### 76 Potenza della natura

- Nonostante la loro notorietà, le cascate del Niagara sono piuttosto basse ( $52 \text{ m}$ ). In compenso hanno un'enorme portata d'acqua, con una media annua di  $110000 \text{ m}^3/\text{min}$ .

- ▶ Quanta potenza viene dissipata dalla cascata? [930 MW]



Kenazur/Wikimedia Commons

### 77 Oltre le nuvole

- Quando l'aereo F-4 Phantom II vola a  $1900 \text{ km/h}$  all'altezza di circa  $17 \text{ km}$ , i suoi motori erogano una potenza totale di  $27 \cdot 10^6 \text{ W}$ .

- ▶ Quanto vale la loro spinta complessiva? [51 kN]



www.aerospazio.it

### 78 Gravità solare

- La Terra nel suo moto intorno al Sole non si trova sempre alla stessa distanza. Tra il 2 e il 5 gennaio la distanza Terra-Sole è minima, pari a  $1,47 \cdot 10^8 \text{ km}$ ,

mentre tra il 4 e il 7 luglio è massima, pari a  $1,52 \cdot 10^8 \text{ km}$ . La forza di gravità tra Sole e Terra in questo intervallo può essere approssimata come costante, con un valore di  $3,5 \cdot 10^{22} \text{ N}$ .

- ▶ Calcola il lavoro medio compiuto dalla forza gravitazionale del Sole sulla Terra in un anno. [0 J]

### 79 L'attrito dell'alta velocità

- Il treno ad alta velocità usato nelle ferrovie italiane è il modello ETR 500. Il treno raggiunge la velocità di  $300 \text{ km/h}$  e la potenza installata è di  $8800 \text{ kW}$ .

- ▶ Calcola la forza di attrito complessiva. [106 kN]



railwaymania.com

### 80 Ferrovie di montagna

- Un trenino di montagna avente una massa di  $200 \text{ t}$  sale di  $510 \text{ m}$  in un viaggio di  $30 \text{ km}$  effettuato alla velocità media di  $25 \text{ km/h}$ . La forza d'attrito è circa il 2% del peso.

- ▶ Determina l'energia cinetica del treno.
- ▶ Calcola la variazione totale di energia potenziale.
- ▶ Quanto vale il lavoro compiuto contro la forza d'attrito?
- ▶ Calcola la potenza media sviluppata dai motori del treno mentre viaggia in salita a velocità costante. [4,8 MJ; 1,0 GJ; 1,2 GJ; 0,5 MW]

### 81 La velocità di una freccia

- Per spingere una freccia dentro una palla di paglia compatta occorre una forza di circa  $300 \text{ N}$ . Una freccia da  $600 \text{ grani}$  (1 grano sono circa  $65 \text{ mg}$ ) lanciata dall'arco si conficca per circa  $30 \text{ cm}$ .

- ▶ Determina la velocità della freccia. [ $\approx 240 \text{ km/h}$ ]

### 82 L'arma finale

- L'ordigno più potente mai costruito dall'uomo è la bomba all'idrogeno chiamata «Bomba Zar», realizzata dall'ex URSS nel 1961. La sua energia liberata era di  $57 \text{ megatonni}$  (1 megatone =  $4,2 \cdot 10^{15} \text{ J}$ ). Utilizza i dati del problema 76.

- ▶ In quanto tempo le cascate del Niagara dissipano la stessa quantità di energia? [8 anni e 2 mesi]

**83 Pedalare contro l'aria**

Per effetto della resistenza aerodinamica è molto più faticoso pedalare a 40 km/h che a 30 km/h. In pianura e con una bicicletta da corsa, a 30 km/h il ciclista deve fornire circa 0,17 kW, mentre a 40 km/h deve fornire circa 0,36 kW.

- Calcola quanta energia a chilometro si consuma a 30 km/h e quanta se ne consuma a 40 km/h.

[ $2,0 \cdot 10^4$  J/km a 30 km/h;  $3,2 \cdot 10^4$  J/km a 40 km/h]

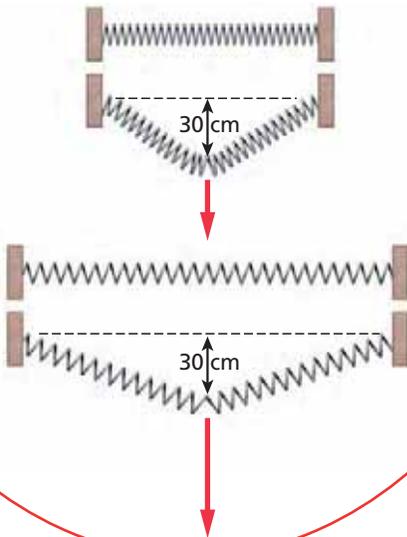
**84 Palintonos: che cos'è?**

Il *palintonos* per gli antichi greci era un arco incurvato in modo che la corda fosse già in tensione. Un arco incurvato è più efficace per immagazzinare energia di quanto non sia un arco la cui corda è inizialmente a riposo. Per rendercene conto consideriamo un modello molto semplificato in cui l'energia sia immagazzinata non nelle fasce dell'arco, ma in una molla. Considera una molla di lunghezza a riposo 80 cm e costante elastica  $k = 800$  N/m. Appoggiala su un piano e tirala trasversalmente verso di te di 30 cm, come indicato in figura.

- Calcola il lavoro che compi.

Considera ora la stessa molla in tensione, già allungata di 70 cm. In questa situazione ripeti l'operazione precedente.

- Calcola il lavoro che compi. [16 J; 60 J]

**85 Rapporto di forze**

Il freno a disco è stato inventato da Frederick William Lanchester a Birmingham nel 1902, ma la sua diffusione è avvenuta molto più tardi e, nel motociclismo, solo a 90 anni di distanza. Il suo funzionamento si basa sul dissipare l'energia cinetica del

mezzo tramite l'attrito fra un disco di acciaio e delle pastiglie realizzate con un mix di metalli. Considera due dischi, uno con diametro  $d_1 = 200$  mm e l'altro con diametro  $d_2 = 250$  mm.

- Calcola il rapporto tra le forze d'attrito per frenare nella stessa distanza. [ $F_1/F_2 = 5/4$ ]

**86 Pistola ad acqua over-size**

Al centro del lago di Ginevra si trova il Jet d'Eau, che come dice il nome è un enorme getto d'acqua visibile anche dagli aerei. La fontana lancia fino a 140 m di altezza 500 l d'acqua ogni secondo.

- A quale velocità esce l'acqua dalla fontana?  
 ► Calcola quanta energia consuma in un giorno il Jet d'Eau. [190 km/h;  $5,9 \cdot 10^{10}$  J]



Chris James / Wikimedia Commons

**87 Evoluzioni**

Un carrello di massa 250 g è lanciato da una molla di costante elastica  $k = 400$  N/m lungo una pista che presenta un anello di raggio  $r = 80$  cm, come indicato in figura. Trascura gli attriti.

- Calcola di quanto devi comprimere la molla affinché il carrello riesca a effettuare il giro completo senza staccarsi dalla pista. [16 cm]



# La quantità di moto

## 1 La quantità di moto

### Una nuova grandezza

In fisica si introducono nuove grandezze quando esse consentono di evidenziare proprietà fondamentali dei sistemi fisici. La **quantità di moto** è una grandezza importante della dinamica perché per essa vale una legge di conservazione.

La **quantità di moto** di un corpo di massa  $m$  che si muove a velocità  $\vec{v}$  è il vettore

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1)$$

### DENTRO LA FORMULA

- La quantità di moto è il prodotto di uno scalare  $m$  e di un vettore  $\vec{v}$ , quindi è un vettore che ha:
  - stessa direzione e stesso verso del vettore velocità  $\vec{v}$ ;
  - modulo uguale al prodotto della massa del corpo per il modulo della sua velocità:

$$p = mv$$

- l'unità di misura di  $p$  è  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ .
- La quantità di moto totale  $\vec{p}_{\text{tot}}$  di un sistema composto da  $N$  corpi è la risultante delle quantità di moto di ciascun corpo:

$$\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$$

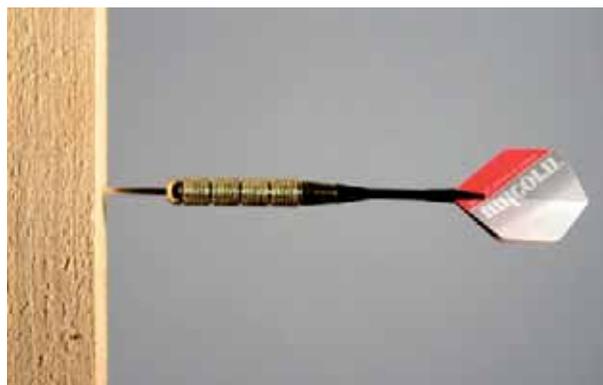
### Quantità di moto e secondo principio della dinamica

La quantità di moto di un corpo cambia quando su di esso agisce una forza totale non nulla.

**2 Bersaglio massiccio.** La massa del bersaglio è molto maggiore di quella del proiettile ( $m_2 \gg m_1$ ), quindi

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \approx \frac{0}{0 + m_2} v_{1i} = 0$$

La velocità finale è praticamente uguale alla velocità iniziale del bersaglio, cioè è nulla.



Massimo Momeni

## Urto completamente anelastico in due dimensioni

Supponiamo che l'urto avvenga su un piano e indichiamo le due direzioni con gli assi  $x$  e  $y$ . La conservazione della quantità di moto

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

è una relazione vettoriale che dà luogo alle due equazioni scalari:

$$\begin{aligned} m_1 v_{x1i} + m_2 v_{x2i} &= m_1 v_{x1f} + m_2 v_{x2f} \\ m_1 v_{y1i} + m_2 v_{y2i} &= m_1 v_{y1f} + m_2 v_{y2f} \end{aligned} \quad (13)$$

L'urto è completamente anelastico, quindi i due corpi hanno la stessa velocità finale:

$$v_{x1f} = v_{x2f} = v_{xf} \quad v_{y1f} = v_{y2f} = v_{yf}$$

Sostituendo nelle equazioni (13) otteniamo in definitiva le due equazioni:

$$\begin{aligned} m_1 v_{x1i} + m_2 v_{x2i} &= (m_1 + m_2) v_{xf} \\ m_1 v_{y1i} + m_2 v_{y2i} &= (m_1 + m_2) v_{yf} \end{aligned} \quad (14)$$

che consentono di calcolare le due componenti della velocità finale a partire dalla conoscenza delle velocità iniziali. Notiamo che ciascuna delle equazioni (14) corrisponde all'equazione (12), valida nel caso di urto in una dimensione.

### IN LABORATORIO



Gli urti elastici

- Video (1 minuto)
- Test (3 domande)



## 6 Urti elastici

Nel caso di un urto elastico fra due corpi

- la quantità di moto totale si conserva  $\vec{p}_{i \text{ tot}} = \vec{p}_{f \text{ tot}}$ ;
- l'energia cinetica totale si conserva  $K_{i \text{ tot}} = K_{f \text{ tot}}$ .

Notiamo che l'energia cinetica di ciascun corpo può cambiare: quello che rimane costante è la somma delle energie cinetiche dei due corpi.

### Urto elastico in una dimensione

Le due leggi di conservazione (della quantità di moto  $\vec{p}$  e dell'energia cinetica  $K$ ) danno luogo alle due equazioni seguenti:

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} & \text{conservazione di } \vec{p} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 & \text{conservazione di } K \end{cases} \quad (15)$$

La risoluzione del sistema (15) è piuttosto laboriosa: in funzione dei dati, cioè delle velocità iniziali  $v_{1i}$  e  $v_{2i}$ , le velocità finali  $v_{1f}$  e  $v_{2f}$  sono:

$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \end{aligned} \quad (16)$$

Supponiamo che il corpo 2 (il bersaglio) sia inizialmente in quiete e venga colpito dal corpo 1 (il proiettile). Ponendo nelle relazioni (16)  $v_{2i} = 0$  si ha:

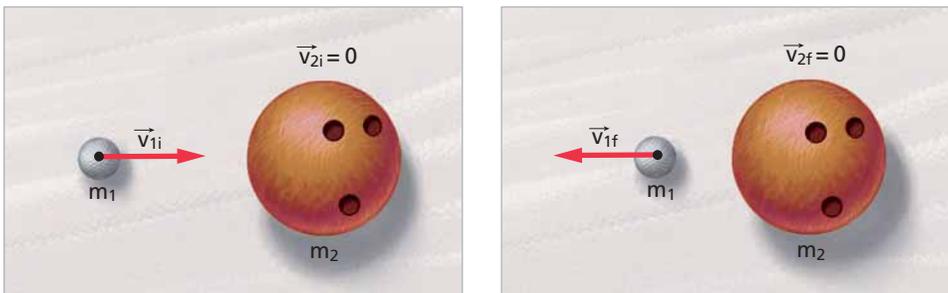
$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \end{aligned} \quad (17)$$

Si distinguono i seguenti casi.

- **Bersaglio massiccio**, cioè massa del bersaglio molto maggiore di quella del proiettile ( $m_2 \gg m_1$ ):

$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \approx \frac{0 - m_2}{0 + m_2} v_{1i} = -v_{1i} \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \approx \frac{2 \cdot 0}{0 + m_2} v_{1i} = 0 \end{aligned}$$

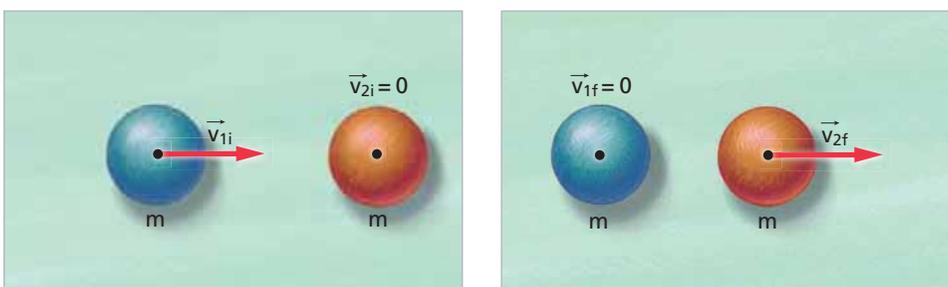
A seguito dell'urto, il proiettile inverte la velocità ( $v_{1f} = -v_{1i}$ ) mentre il bersaglio rimane praticamente fermo ( $v_{2f} = 0$ ).



- **Bersaglio con la stessa massa del proiettile** ( $m_1 = m_2 = m$ ):

$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{m - m}{m + m} v_{1i} = 0 \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2 \cdot m}{m + m} v_{1i} = v_{1i} \end{aligned}$$

Nell'urto il proiettile e il bersaglio si scambiano le velocità: il proiettile si ferma mentre il bersaglio parte con la velocità che il proiettile aveva prima dell'urto.



**21** Una mattonella di 0,30 kg viene lasciata cadere da una quota di 8,0 m. Essa colpisce il pavimento e si ferma in 1,3 ms.

- Qual è l'impulso esercitato dal pavimento sulla mattonella?
- Calcola la forza media esercitata dal pavimento.

[3,8 N·s; 2,9 kN]

**22** Quando una palla da baseball di 0,15 kg viene colpita da una mazza la sua velocità varia da +20 m/s a -20 m/s. La palla rimane in contatto con la mazza per 0,0013 s.

- Determina il modulo dell'impulso fornito dalla mazza alla palla.
- Calcola la forza media esercitata sulla palla.

[6,0 N·s; 4,6 kN]

**23** La traiettoria di una pallina, di massa  $2,6 \cdot 10^2$  g, lanciata contro un muro alla velocità di 2,8 m/s, forma un angolo di  $45^\circ$  con la parete. La pallina rimbalza in direzione simmetrica con una velocità di 2,5 m/s.

- Calcola l'impulso esercitato dalla parete.

$[I = (-0,055x + 0,97y) \text{ N} \cdot \text{s}]$

**24** Un poliziotto, di massa 76 kg, vuole sfondare con una spallata una porta chiusa. Si lancia senza successo contro la porta con una velocità di 3,2 m/s, rimanendo fermo dopo un contatto di 0,2 s.

- Calcola l'impulso.
- Determina la forza media esercitata dalla porta sul poliziotto.

[0,24 kN·s; 1,2 kN]

**25** Su un corpo inizialmente fermo di massa 7,3 kg viene applicata una forza di 4,8 N per un tempo di 2,8 s.

- Calcola la velocità finale del corpo utilizzando le leggi della dinamica e verifica il risultato utilizzando il teorema dell'impulso.

- Calcola lo spazio percorso dal corpo utilizzando le leggi della dinamica e verifica il risultato utilizzando il teorema dell'energia cinetica.

[1,8 m/s; 2,6 m]

### 3 La conservazione della quantità di moto

#### 26 QUANTO?

Salti con una velocità orizzontale di 2 m/s da un pontile su una barca di massa 120 kg. La tua massa è di 70 kg.

- A quale velocità vi muoverete tu e la barca?

[0,7 m/s]

**27** Un carro merci aperto avente la massa di 15 t si muove lungo un binario a 6,0 m/s. Piove e la pioggia cade lungo la verticale nel carro.

- Calcola la velocità del carro dopo che ha raccolto 3,0 t d'acqua.

[5,0 m/s]

**28** Un proiettile di 20 g è sparato orizzontalmente con la velocità di 250 m/s da un fucile di 1,50 kg.

- Quale sarebbe la velocità di rinculo del fucile se colui che spara l'impugnasse senza opporre resistenza?

[3,3 m/s]

**29** Lungo un canale veneziano, due gondole si incontrano e si fermano per scambiarsi informazioni. La prima gondola, con a bordo solo il rematore, ha una massa complessiva di  $4,7 \cdot 10^2$  kg. Terminata la chiacchierata, il primo gondoliere spinge la gondola del collega, con tre passeggeri a bordo, con una velocità di 0,16 m/s, mentre lui si allontana con una velocità di 0,21 m/s.

- Determina la massa complessiva della seconda gondola.

[ $6,2 \cdot 10^2$  kg]

#### 30 ESEMPIO

Un ragazzo fermo su uno skateboard (massa complessiva 40 kg) lancia una palla di 0,40 kg in avanti. La velocità della palla è tale che essa raggiungerebbe una quota di 8,0 m se fosse lanciata verso l'alto.

- Calcola la velocità iniziale con cui si muove il ragazzo.

#### ■ RISOLUZIONE

Applichiamo la conservazione della quantità di moto prima e dopo il lancio della palla:

Se la palla fosse lanciata verso l'alto varrebbe la conservazione dell'energia; ricaviamo la velocità di lancio della palla  $v_p$  dal teorema della conservazione dell'energia:

$$\vec{p}_{i \text{ tot}} = \vec{p}_{f \text{ tot}}$$

$$0 = m_p v_p + m_r v_r \Rightarrow v_r = -\frac{m_p v_p}{m_r}$$

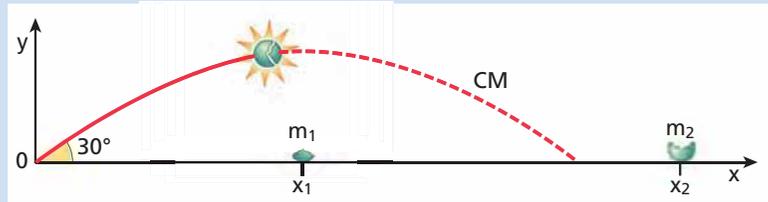
$$K_i = U_f$$

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = m_p g h \Rightarrow v_p = \sqrt{2gh}$$



### ■ RISOLUZIONE

- Le forze che si manifestano durante l'esplosione sono forze interne e quindi non influiscono sul moto del centro di massa. Dopo l'esplosione, il centro di massa è soggetto alla sola forza peso e descrive quindi un arco di parabola, come indicato in figura.



Utilizziamo la formula della gittata (formula (12) del capitolo «Il moto in due dimensioni») per calcolare la posizione del centro di massa:

$$G = x_{\text{CM}} = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g} = \frac{2 v_0^2 \cos \theta \sin \theta}{g}$$

Ponendo  $M = m_1 + m_2$  scriviamo la posizione del centro di massa in funzione delle posizioni e delle masse dei frammenti:

$$M x_{\text{CM}} = (m_1 + m_2) x_{\text{CM}} = m_1 x_1 + m_2 x_2$$

Risolviamo rispetto a  $x_2$ , tenendo conto che  $m_2 = 2 m_1$

$$x_2 = \frac{M x_{\text{CM}} - m_1 x_1}{m_2} = \frac{(3 m_1) x_{\text{CM}} - m_1 x_1}{2 m_1} = \frac{3 x_{\text{CM}} - x_1}{2}$$

### ■ Risultato numerico

$$v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$x_1 = 20 \text{ m}$$

$$x_{\text{CM}} = \frac{2 (20 \text{ m/s})^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{2}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 35 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{3 (35 \text{ m}) - 20 \text{ m}}{2} = 46 \text{ m}$$

- 75** Un uomo di 70 kg viaggia su un carrello di 20 kg che si muove su un pavimento piano con la velocità di 2,0 m/s. Egli salta giù dalla parte posteriore del carrello in modo da avere una velocità di 0,80 m/s rispetto al suolo, nel verso opposto a quello del carrello.

- Qual è la velocità del centro di massa del sistema uomo-carrello dopo che l'uomo è saltato giù?
- Calcola la velocità del carrello dopo che l'uomo è saltato giù.
- Calcola la velocità del centro di massa del sistema dopo che l'uomo ha toccato il suolo e si è fermato.
- Individua quale forza è responsabile della variazione di velocità del centro di massa.

[2,0 m/s; 12 m/s; 2,6 m/s; forza d'attrito]

- 76** Un fuoco d'artificio di 3 kg slitta su un piano orizzontale privo d'attrito nella direzione  $x$  con la velo-

cità di 6 m/s. Esso esplosione spaccandosi in due frammenti, uno di 2 kg e l'altro di 1 kg. Dopo l'esplosione, il frammento di 1 kg si muove nel piano orizzontale nella direzione  $y$  con la velocità di 4 m/s. Determina la velocità:

- del frammento di 2 kg dopo l'esplosione.
- del centro di massa dopo l'esplosione.

[9 m/s; 6 m/s]

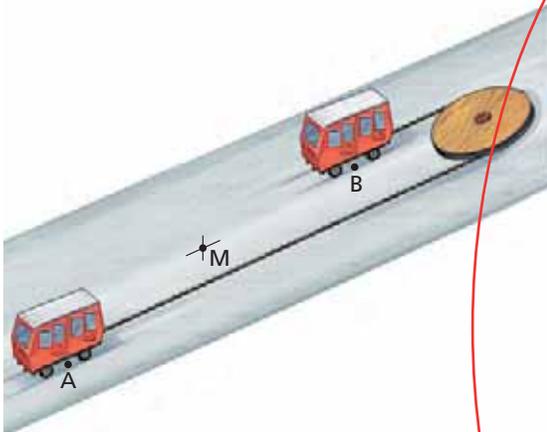
- 77** Un ragazzo di massa 70 kg è fermo sulla prua di una barca di massa 0,17 t e lunga 5,4 m. La barca è ferma in acque calme e non è ancorata. La poppa è a contatto con la parete del pontile. A un certo istante il ragazzo cammina verso poppa. Supponi trascurabile l'attrito della barca con l'acqua.

- Di quanto si è allontanata la poppa dal pontile quando il ragazzo la raggiunge?

[1,6 m]

- 78** Trova gli estremi tra cui si muove il centro di massa di una funicolare costituita da due cabine identiche trascinate da un cavo di massa *non* trascurabile. Sia *A* la stazione di fondo valle, *B* la stazione in quota e *M* il punto di incrocio delle cabine.

[Si muove lungo un segmento che va dal punto *M* a un punto dato da  $x = \frac{M_c L + mL/4}{2M_c + m}$ , dove  $M_c$  è la massa della cabina e  $m$  la massa del cavo]



## PROBLEMI FINALI

- 79** **Ciò che conta**  
 In fisica le grandezze migliori per descrivere un sistema sono quelle che rispettano le leggi di conservazione. Nello studio degli urti hai visto come quantità di moto ed energia permettano (con l'aggiunta di un parametro, nel caso bidimensionale) la soluzione completa dei problemi.  
 ▶ Esprimi la relazione che lega l'energia cinetica alla quantità di moto.  $[K = p^2/2m]$

- 80** **Incidente in gara**  
 Nelle gare automobilistiche della classe NASCAR, disputate principalmente nel Nord America, gli incidenti fra automobili sono abbastanza frequenti.



Due automobili da 1500 kg viaggiano a 100 km/h, le loro traiettorie formano un angolo di 15° e si scontrano con un urto completamente anelastico.

- ▶ Calcola la velocità delle vetture dopo l'urto.

[99 km/h]

## 81 Fionda di ghiaccio

Le comete sono corpi ghiacciati che provengono dalla nube di Oort (situata oltre l'orbita di Plutone), orbitano attorno al Sole per poi allontanarsi verso i confini del Sistema Solare. Considera una cometa che attraversa l'orbita terrestre a 50 km/s rispetto al Sole. Rispetto al centro galattico la sua velocità e quella del Sole sono discordi e il Sole ha una velocità di 220 km/s.

- ▶ Calcola la velocità posseduta dalla cometa quando si avvicina e quando si allontana dal Sole (sempre nel momento in cui attraversa l'orbita terrestre) rispetto al centro galattico.

$[v_{avv} = 170 \text{ km/s}; v_{all} = 270 \text{ km/s}]$

## 82 Il quesito della Susi

L'auto del signor Rossi, ferma al semaforo, viene tamponata da quella del signor Bianchi. Quest'ultimo, in tribunale, afferma che stava viaggiando a 50 km/h, ma il signor Rossi pensa che Bianchi stesse andando molto più veloce. Dopo l'urto le due auto sono rimaste incastrate e dalle tracce sull'asfalto si è potuto stabilire che, immediatamente dopo l'urto, viaggiavano a 30 km/h. Il signor Bianchi guidava una utilitaria di massa 800 kg e Rossi una berlina di massa 1400 kg. Bianchi dice la verità?

[No, viaggiava a 83 km/h]

## 83 La lenta discesa del ghiacciaio

Il ghiacciaio dell'Aletsch, in Svizzera, è il più grande dell'arco alpino. Ha un volume di circa  $2,7 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$  e si muove verso valle con una velocità media di 150 m/anno.



- ▶ Calcola la sua quantità di moto e la sua energia cinetica.
- ▶ Confronta questi valori con quelli di un proiettile di 4,0 g sparato a 330 m/s.

$$[1,2 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}, 0,28 \text{ kJ}; 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}, 2,2 \cdot 10^2 \text{ J}]$$

#### 84 Prima curva di Lesmo

Una fattore fondamentale per un'auto di Formula 1 è il carico aerodinamico, ovvero le forze aerodinamiche che spingono la vettura verso il basso aumentando così la tenuta delle gomme e l'aderenza al suolo. In pratica le auto sono leggere, ma gli alettoni conferiscono a esse un forza aggiuntiva verso il basso che non influenza l'inerzia della vettura e cresce con l'aumentare della velocità. Per valutarne l'importanza, considera la prima curva di Lesmo del circuito di Monza: è una curva di  $90^\circ$  e viene affrontata dalle auto (massa 620 kg) a una velocità costante di 180 km/h in un tempo di 2,4 s. Il coefficiente d'attrito (grip) tra la gomma da gara e l'asfalto è 1,8.

- ▶ Qual è il carico aerodinamico minimo necessario?

$$[7 \text{ kN}]$$

#### 85 Aggancio fallito

Alla stazione di Brig in Svizzera ai convogli merci diretti verso Berna viene aggiunta una locomotiva per affrontare la salita del Lötschberg. La locomotiva aggiuntiva (massa 87 t) si muove verso il convoglio (massa 860 t) con una velocità di 40 cm/s quando lo urta, comprimendo i respingenti formati da due grosse molle. Sfortunatamente il sistema di aggancio non funziona e la locomotiva viene respinta. L'urto è praticamente elastico.

- ▶ Calcola la velocità della locomotiva e del convoglio dopo il fallito aggancio.  $[-33 \text{ cm/s}; 7,3 \text{ cm/s}]$



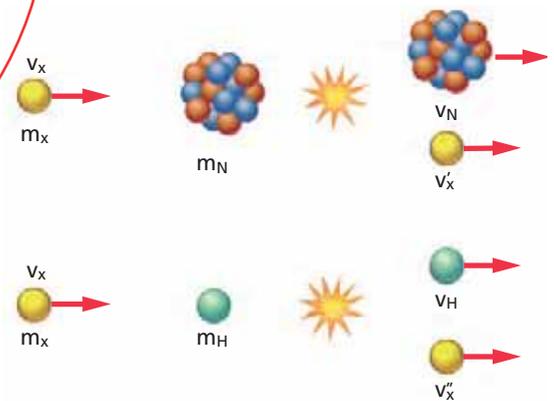
intermedia24-faluret

#### 86 La scoperta del neutrone

James Chadwick (1891-1974), allievo e collaboratore di Rutherford, riprendendo le ricerche di Irène Curie

(figlia di Marie) e del marito Frédéric Joliot, scoprì l'esistenza del neutrone ottenendo, per questo successo, il premio Nobel nel 1935. Egli osservò che in alcuni esperimenti si formava un fascio di particelle neutre (prive di carica elettrica) ignote. Per studiarne le proprietà le fece incidere su atomi di idrogeno, producendo nuclei di idrogeno (protoni) con velocità  $v_H$ , mentre su atomi di azoto producevano nuclei di azoto di velocità  $v_N$ . Il rapporto tra le masse del nucleo di azoto e quello di idrogeno era noto:  $m_N/m_H = 14$ ; Chadwick misurò il rapporto  $v_H/v_N$  che risultò 7,5.

- ▶ Schematizza tutti gli urti come elastici, con atomi di idrogeno e azoto fermi prima dell'urto, e ricava, come Chadwick, la massa della particella ignota in funzione di  $m_H$ .  $[m_x = m_H]$



#### 87 Pronto 1515, un bosco va a fuoco!

Il Canadair CL415 è un aereo di soccorso e antincendio della Protezione Civile; è in grado di raccogliere acqua dal mare o da laghi per scaricarla sul fronte dell'incendio. Durante la fase di riempimento vola sul pelo dell'acqua a 130 km/h e in 12 secondi carica 6100 litri d'acqua.

- ▶ Calcola l'impulso e la forza media aggiuntiva che devono fornire i suoi motori durante un riempimento.  $[2,2 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{s}; 1,8 \cdot 10^4 \text{ N}]$



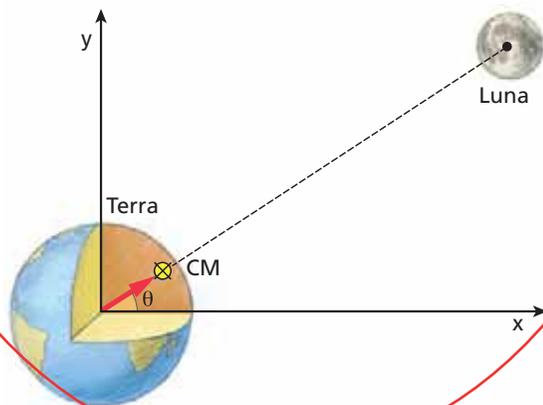
Pier Luigi Rocco / Wikimedia Commons

**88 Baricentro di coppia**

Come abbiamo visto nel capitolo, il centro di massa (CM) del sistema Terra-Luna non coincide con il centro della Terra. In un sistema di riferimento cartesiano con origine nel centro della Terra, considera il vettore posizione di CM: questo punto ha una direzione che dipende dal tempo. Indica con  $\theta$  l'angolo del vettore spostamento rispetto a una direzione fissata, per esempio la direzione del centro della Galassia. La Luna compie una rotazione completa attorno alla Terra in 27,3 giorni.

- Scrivi le componenti del vettore posizione del centro di massa del sistema Terra-Luna (suggerimento: quando  $t = 27,3$  giorni si ha  $\theta = 2\pi$ ).

$$[(5,3 \cdot 10^6 \cdot \cos(2,7 \cdot 10^{-6} \cdot t), 5,3 \cdot 10^6 \cdot \sin(2,7 \cdot 10^{-6} \cdot t))]$$

**89 L'unione... fa la spinta**

I motori ionici utilizzati per la propulsione di alcune sonde spaziali si basano sull'accelerazione di ioni (atomi elettricamente carichi) di gas per mezzo di forze elettriche. La massa di ciascuno ione è di  $2,21 \cdot 10^{-25}$  kg e questi vengono espulsi dalla sonda a una velocità di 31,5 km/s.

- Determina quanti ioni occorrono per aumentare la velocità della sonda Deep Space 1, di massa 486 kg, di 1,00 m/s. Trascura la variazione di massa della sonda.

$$[6,98 \cdot 10^{22}]$$

**90 L'attacco del falco**

Un falco pellegrino ( $m = 640$  g) si getta in picchiata verticale a una velocità di 260 km/h e afferra con gli artigli un colombaccio ( $m = 410$  g) in volo orizzontale a 105 km/h.

- Calcola modulo e direzione della velocità del falco subito dopo che ha afferrato la preda.

[164 km/h,  $15^\circ$  rispetto alla verticale nella direzione di volo del colombaccio]



falconeta.info

**91 Fido gioca al riporto**

Un cane di massa 15 kg, con un salto, afferra un bastone di massa 1,0 kg lanciato dal padrone. Il bastone e il cane viaggiano entrambi a 6,2 m/s e la traiettoria del cane e del bastone formano un angolo di  $30^\circ$ .

- Determina il modulo e la direzione del cane con il bastone in bocca dopo che lo ha afferrato.

[6,2 m/s,  $1,8^\circ$  rispetto alla direzione originale del cane]

**92 Jetpack**

Il *jetpack*, zaino jet che consente a un uomo di compiere piccoli voli, utilizza come propellente acqua ossigenata, che a contatto con opportuni metalli libera violentemente l'ossigeno. Questo, espulso verso il basso ad alta velocità, produce la spinta per il decollo.

- Se il gas esce a 250 m/s, calcola quanto occorre espellerne per sollevare un uomo di 75 kg e lo «zaino» di 50 kg.

$$[4,9 \text{ kg/s}]$$



gadgetview.com

**93 Quarter pipe**

Un ragazzo è in cima a un profilo curvo, di raggio 1,20 m e massa 160 kg, con uno skateboard. La massa totale del ragazzo e dello skateboard è di 67 kg. Il profilo si muove con attrito trascurabile sulla superficie d'appoggio.

- Calcola la velocità del profilo quando il ragazzo raggiunge l'asfalto. [1,45 m/s]



derek.lorox.com

**94 Assorbimento salvavita**

Un proiettile da 9 mm ha una massa di circa 8 g e viene sparato a una velocità di 360 m/s. Una persona di 70 kg che indossa un giubbotto antiproiettile viene colpita al centro del petto.

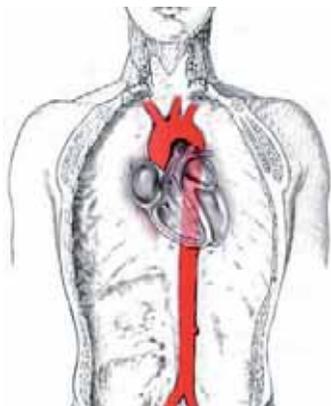
- Determina la velocità acquisita dal corpo del malcapitato.
- Quanto vale l'energia dissipata dall'impatto?

[4 cm/s; 520 J]

**95 Uscito dal cuore svolti a sinistra...**

L'aorta ha un raggio di curvatura di circa 5 cm. Quando il corpo è a riposo il sangue scorre al suo interno alla velocità di 25 cm/s. Considera il flusso di sangue che attraversa l'aorta e si dirige verso le gambe (figura).

- Calcola la forza media applicata dalle pareti dell'aorta su un grammo di sangue. [ $8 \cdot 10^{-7}$  N]



Wikimedia Commons

**96 Proiettili spaziali**

Uno dei problemi più comuni e di difficile soluzione nel mandare oggetti in orbita è che la Terra è letteralmente circondata da rifiuti spaziali, composti da pezzi di vecchi satelliti, parti meccaniche o componenti di lanci che vengono semplicemente abbandonati dopo l'utilizzo. Questi sono veri e propri proiettili che rischiano di causare gravi danni sia ai satelliti artificiali sia alla Stazione Spaziale Internazionale (ISS). Supponi che la ISS urti frontalmente con velocità relativa di circa 27 700 km/h contro un frammento di massa 10 g e che l'impatto duri  $1 \cdot 10^{-2}$  s.

- Qual è l'energia dissipata dall'impatto?
- Calcola la forza applicata al rivestimento nel punto di impatto. [ $3,0 \cdot 10^5$  J;  $8 \cdot 10^3$  N]

**97 L'idrante**

Un pompiere indirizza il getto d'acqua di un idrante verso una parete per spegnere il fuoco. Il getto d'acqua ha una sezione di 16 cm<sup>2</sup>, la sua velocità è di 6,0 m/s e incide sulla parete con un angolo di 60°. Per semplicità, considera elastico l'urto dell'acqua sulla parete.

- Calcola la forza esercitata dal getto d'acqua sulla parete. [58 N]

**98 Impulso aereo**

Gli alianti sono aerei senza motore che volano sfruttando le correnti presenti nell'atmosfera. Hanno una massa relativamente piccola, di circa 280 kg. Un aliante risale seguendo una spirale con raggio di curvatura di 80 m e guadagnando 20 m a ogni giro. La componente orizzontale della velocità dell'aliante è 100 km/h e il pilota pesa 60 kg.

- Determina le componenti della quantità di moto dell'aliante.
- Quanto vale l'impulso verticale subito dall'aliante? [ $(9,4 \cdot 10^3$  kg · m/s,  $3,8 \cdot 10^2$  kg · m/s); 0 kg · m/s]



fuschidipaglia.it

- ▶ Stima la variazione di velocità della Terra dopo che il tuffatore si è fermato.
- ▶ Rispetto a quando l'atleta era ai piedi della pedana prima di saltare sul trampolino, la velocità della terra è variata?  $[2 \cdot 10^{-22} \text{ m/s}; \text{no}]$

**107 Che numeri!**

- ▶ Stima la quantità di moto e l'energia cinetica di una grande petroliera.  $[Se m = 10^5 \text{ t e } v = 10 \text{ nodi si ha } p = 5 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m/s e } K = 1 \cdot 10^9 \text{ J}]$

**108 Anche il parquet fa la sua parte**

- ▶ Una palla da pallacanestro ha una massa di circa 600 g. In 0,6 s un giocatore le fa eseguire un rimbalzo (mano-terra-mano) e il tempo di contatto si può valutare in 0,1 s.
- ▶ Stima l'impulso trasferito dal terreno.
- ▶ Stima la reazione vincolare.  $[4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}; 40 \text{ N}]$



Pavel Shingoplov / Shutterstock

**109 Calcolo del centro fascia**

- ▶ La fascia di asteroidi è una zona situata tra l'orbita di Marte e quella di Giove con una grossa densità di corpi rocciosi che orbitano intorno al Sole. La fascia ha la forma di una corona circolare con raggio interno di circa  $3,6 \cdot 10^{11} \text{ m}$  e raggio esterno di circa  $4,0 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .
- ▶ Stima la distanza tra il centro di massa della fascia di asteroidi e il centro del Sole.
- ▶ Stima la distanza tra il centro di massa di un piccolo spicchio della fascia e il centro del Sole.  $[0 \text{ km}; 3,8 \cdot 10^{11} \text{ m}]$

**110 Atterraggio dolce**

- ▶ Le ginnaste che utilizzano le parallele asimmetriche atterrano su un materasso che ha lo scopo di attuti-

re il colpo sui piedi. Una ginnasta di 47 kg viene fermata dal materasso in circa 0,3 s.

- ▶ Stima la forza che subiscono i suoi piedi.  $[1 \cdot 10^3 \text{ N}]$

**111 Intercettare il lancio**

- ▶ Durante le partite di rugby si vedono spesso lanci lunghi tra un giocatore e l'altro. Viene eseguito un lancio di 60 m, in cui la palla raggiunge un'altezza massima di 15 m. L'assorbimento del lancio può essere stimato in 0,2 s.
- ▶ Stima la forza applicata dal giocatore che riceve la palla per fermarla.  $[50 \text{ N}]$

**112 Apocalisse siberiana**

- ▶ Da Wikipedia: «Alle ore 7:14 locale del 30 giugno 1908 un evento catastrofico ebbe luogo nelle vicinanze del fiume Podkamennaja Tunguska, abbattendo 60 milioni di alberi su 2150 km<sup>2</sup>. Il rumore dell'esplosione fu udito a 1000 km di distanza. A 500 km alcuni testimoni affermarono di avere udito un sordo scoppio e avere visto sollevarsi una nube di fumo all'orizzonte. A 65 km il testimone Semen Semenov raccontò di aver visto in una prima fase il cielo spaccarsi in due, un grande fuoco coprire la foresta e in un secondo tempo notò che il cielo si era richiuso, udì un fragoroso boato e si sentì sollevare e spostare fino a qualche metro di distanza. L'onda d'urto fece quasi deragliare alcuni convogli della Ferrovia Transiberiana a 600 km dal punto di impatto.» Recenti simulazioni fanno ipotizzare che l'asteroide avesse un diametro di circa 30 m, mentre l'energia sprigionata doveva essere compresa tra 5 megatoni e 10 megatoni.

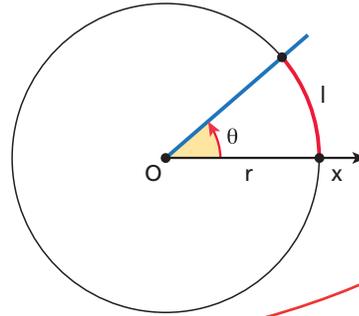
- ▶ Stima l'impulso trasferito alla terra (suggerimento: ogni metro cubo di asteroide ha una massa di circa 1000 kg).  $[1 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m/s}]$



spaceaily.com

**2** La misura in radianti di un angolo  $\theta$  è il rapporto fra due lunghezze: quella dell'arco staccato da  $\theta$  su una circonferenza con centro nel vertice di  $\theta$  e il raggio di quella circonferenza:

$$\theta = \frac{l}{r}$$



L'ampiezza di un angolo  $\theta$  espressa in **radianti** è il rapporto fra la lunghezza  $l$  dell'arco intercettato dall'angolo su una circonferenza con centro nel vertice e il raggio della circonferenza.

Il rapporto fra due lunghezze è un numero e non ha dimensioni, come invece accade per le lunghezze (metri) o le masse (kilogrammi). L'ampiezza di un angolo in radianti è seguita dall'indicazione *rad* solo per evitare ambiguità.

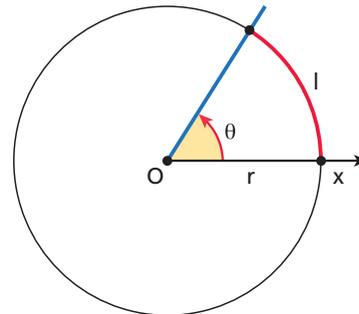
Dalla definizione segue che un angolo di 1 radiante stacca su una circonferenza un arco di lunghezza uguale al raggio della circonferenza.

Un angolo giro ( $360^\circ$ ) stacca su una circonferenza di raggio  $r$  un arco lungo come la circonferenza stessa, cioè  $2\pi r$ ; quindi la misura in radianti dell'angolo giro è

$$\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

La misura in gradi  $\theta^\circ$  e la misura in radianti  $\theta^r$  di uno stesso angolo sono legate dalla proporzione

$$\theta^\circ : \theta^r = 360 : 2\pi$$

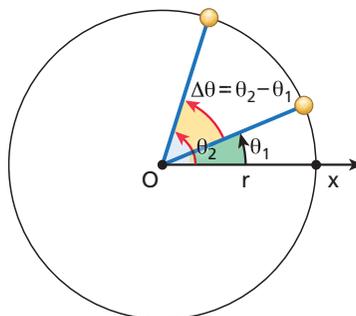


$$\theta = 1 \text{ rad} \Rightarrow l = r$$

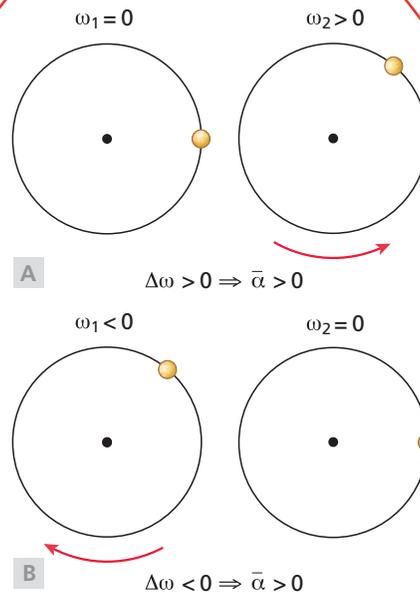
## Velocità angolare

La posizione angolare di un corpo che si muove lungo una circonferenza cambia nel tempo.

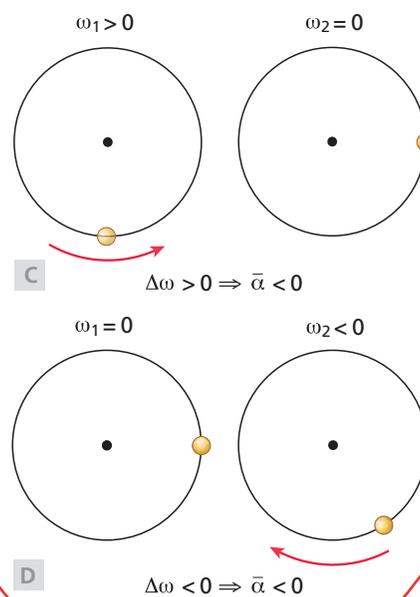
Si dice **spostamento angolare**  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  la variazione di posizione angolare.



**1** Quando la velocità angolare finale è maggiore di quella iniziale,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 > 0$ , allora l'accelerazione angolare media è positiva,  $\bar{\alpha} > 0$ .



**2** Quando la velocità angolare finale è minore di quella iniziale,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 < 0$ , allora l'accelerazione angolare media è negativa,  $\bar{\alpha} < 0$ .



Quando l'accelerazione angolare ha il segno opposto alla velocità angolare, come nei casi B e C, il corpo rallenta. In questo caso si dice che subisce una *decelerazione angolare*.

Quando  $\Delta t$  è molto piccolo, l'accelerazione angolare rimane praticamente invariata durante la misurazione e coincide proprio con l'accelerazione angolare media durante quell'intervallo di tempo. Quindi

l'**accelerazione angolare istantanea**  $\alpha$  è il valore limite a cui tende il rapporto  $\Delta\omega/\Delta t$  quando  $\Delta t$  tende a zero:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

e quindi

$$\Delta v = \Delta \omega r$$

Dividendo entrambi i membri per  $\Delta t$  otteniamo:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} r$$

Il primo membro,  $\Delta v/\Delta t$ , è l'accelerazione tangenziale  $a_t$ , mentre  $\Delta \omega/\Delta t$ , al secondo membro, è l'accelerazione angolare  $\alpha$ . In definitiva si può scrivere:

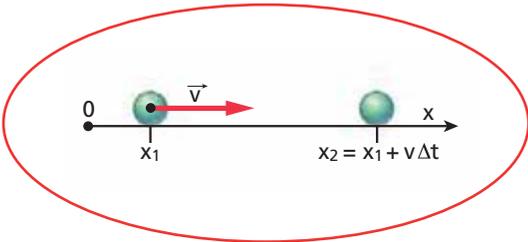
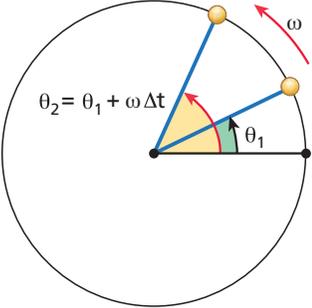
$$a_t = \alpha r \tag{5}$$

### Cinematica rotazionale

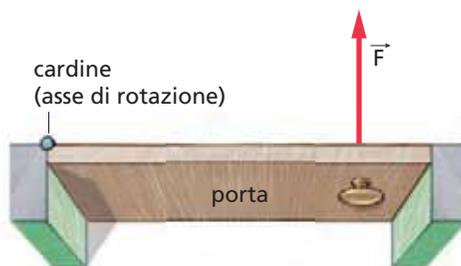
Le grandezze angolari sono definite in totale analogia con le grandezze corrispondenti del moto rettilineo, dette anche lineari.

	Moto circolare	Moto rettilineo lungo l'asse $x$
Posizione	$\theta$	$x$
Spostamento	$\Delta \theta$	$\Delta x$
Velocità	$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
Accelerazione	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

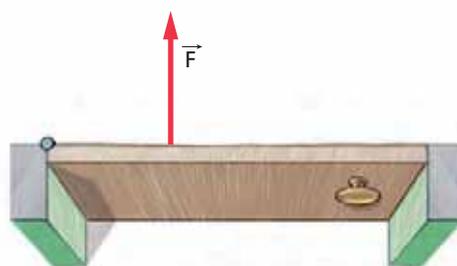
Analoga corrispondenza esiste fra le relazioni cinematiche del moto rettilineo e del moto circolare. Verifichiamolo nel caso di moti uniformi.

Moto rettilineo uniforme	Moto circolare uniforme	
		
$x_1$	Posizione del corpo all'istante $t_1$	$\theta_1$
$v$	Velocità costante del corpo	$\omega$
$x_2 = x_1 + v \Delta t$	Posizione all'istante $t_2 = t_1 + \Delta t$	$\theta_2 = \theta_1 + \omega \Delta t$

**1** La porta ruota tanto più rapidamente quanto più è intensa la forza  $\vec{F}$  applicata in un punto.



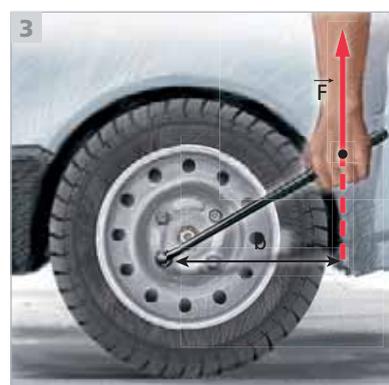
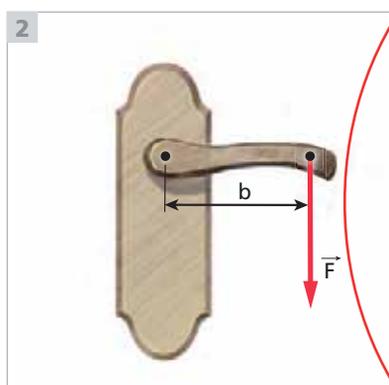
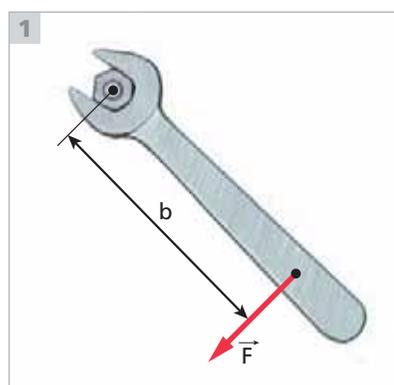
**2** Spingendo con la stessa forza  $\vec{F}$  in un punto più vicino ai cardini, la porta si apre più lentamente di prima.



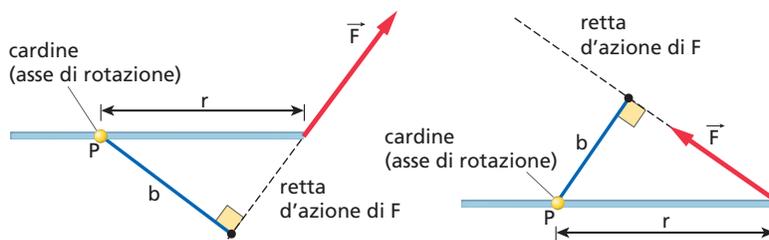
**3** Spingendo o tirando in direzione dei cardini, la porta non ruota affatto.



Come suggeriscono gli esempi che seguono, l'effetto di una forza dipende, oltre che dal suo modulo, anche dal suo *braccio* ( $b$ ).



Il **braccio**  $b$  di una forza rispetto a un punto  $P$  è la distanza fra  $P$  e la retta d'azione della forza.

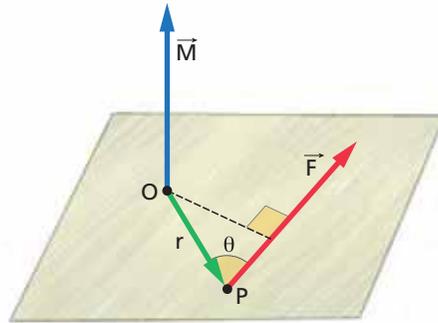


## Momento torcente e prodotto vettoriale

Il momento di una forza può essere definito in modo elegante utilizzando il prodotto vettoriale:

il momento rispetto a un punto  $O$  di una forza  $\vec{F}$  applicata nel punto  $P$  è

$$\vec{M} = \overline{OP} \times \vec{F} \quad (13)$$



### DENTRO LA FORMULA

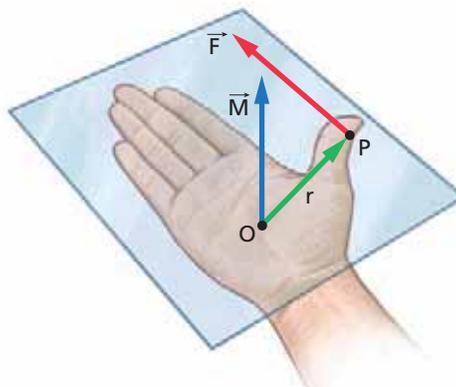
Il momento di una forza è un vettore che ha:

- modulo dato dalla relazione

$$M = rF \sin \theta$$

dove  $r = OP$  e  $\theta$  è l'angolo fra  $\overline{OP}$  e  $\vec{F}$ ;

- direzione perpendicolare al piano che contiene  $\overline{OP}$  e  $\vec{F}$ ;
- verso stabilito secondo la regola della mano destra, cioè il verso è uscente dal palmo di una mano destra che ha il pollice nel verso di  $\overline{OP}$  e le altre dita nel verso di  $\vec{F}$ .



## 5 Dinamica rotazionale

### Momento torcente e accelerazione angolare

Consideriamo un corpo rigido libero di ruotare attorno a un asse. L'azione di una forza cambia la velocità di rotazione del corpo solo se genera un momento torcente attorno all'asse di rotazione.

Il risultato (17) ottenuto per una massa puntiforme può essere generalizzato. Vale infatti il **secondo principio della dinamica per il moto rotazionale**:

il momento d'inerzia  $I$  di un corpo rigido, la sua accelerazione angolare  $\alpha$  e il momento torcente totale  $M$  a cui è sottoposto, calcolati rispetto allo stesso asse, sono tali che

$$M = I\alpha \quad (19)$$

Nell'equazione precedente, il momento totale è quello delle forze esterne al corpo. Infatti le forze interne sono sempre coppie di forze di azione-reazione e i loro momenti si annullano a vicenda.

L'analogia con la dinamica lineare appare evidente quando si confrontano fra loro relazioni corrispondenti:

	Dinamica lineare	Dinamica rotazionale
Inerzia	Massa $m$	Momento d'inerzia $I$
Causa del moto	Forza $F$	Momento torcente $M$
Effetto	Accelerazione lineare $a$	Accelerazione angolare $\alpha$
Legame causa-effetto	$F = ma$	$M = I\alpha$

## Energia cinetica rotazionale

Quando un corpo rigido ruota attorno a un asse, le particelle che lo compongono sono in movimento e quindi possiedono energia cinetica. Consideriamo un corpo rigido che ruota con velocità angolare  $\omega$  attorno a un asse: ogni sua particella di massa  $m_i$  a distanza  $r_i$  dall'asse ha una velocità tangenziale  $v_i = \omega r_i$  e un'energia cinetica  $K_i = (1/2) m_i v_i^2$  tale che

$$K_i = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

L'energia cinetica del corpo rigido è la somma delle energie cinetiche di tutte le particelle che lo costituiscono:

$$K = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \dots$$

Raccogliendo  $(1/2) \omega^2$  si ha:

$$K = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) \omega^2$$

La somma tra parentesi  $m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$  è il momento d'inerzia  $I$  del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione. Quindi, in definitiva:

**l'energia cinetica rotazionale** di un corpo rigido che ruota con velocità angolare  $\omega$  attorno a un asse rispetto al quale ha un momento d'inerzia  $I$  è

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (20)$$

- Calcola l'accelerazione angolare del disco.

[0,31 rad/s<sup>2</sup>]

- 44 Un cilindro avente un momento d'inerzia pari a  $14 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ruota alla velocità di 12 rad/s.

- Determina l'energia cinetica del cilindro. [ $1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$ ]

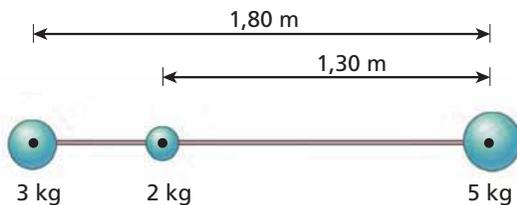
- 45 La densità dell'acciaio è  $7,86 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

- Calcola il momento d'inerzia di una sfera d'acciaio di diametro 1,00 m. [ $411 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ]

- 46 Su un'asta di massa trascurabile sono fissate tre masse come in figura.

- Qual è il momento d'inerzia rispetto all'asse perpendicolare che passa per il centro di massa?

[ $6,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ]



- 47 Un'asta di massa 1,4 kg è lunga 1,8 m. Calcola la sua energia cinetica se ruota:

- a 2,2 rad/s attorno al suo centro di massa.  
 ► alla stessa velocità angolare attorno a un suo estremo. [ $0,91 \text{ J}$ ;  $3,7 \text{ J}$ ]

- 48 Un satellite artificiale ha forma sferica con raggio di 75 cm. Il suo momento d'inerzia è circa  $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  e sta ruotando a 1 rad/s attorno a un suo asse. Un meteorite di massa 20 g che si muove a 0,5 km/s si conficca nel satellite colpendolo quasi tangenzialmente sul suo equatore, nella stessa direzione della rotazione (la massa del meteorite non cambia sostanzialmente la massa del satellite).

- Di quanto aumenta la velocità di rotazione del satellite? [Aumenta di circa 0,05 rad/s]

- 49 La Terra si muove nel Sistema Solare con velocità media 29,8 km/s. La sua energia cinetica di traslazione  $K_t$  è notevolmente maggiore dell'energia cinetica di rotazione  $K_r$  attorno al suo asse. Approssima la Terra come una sfera omogenea.

- Calcola il rapporto  $K_t/K_r$ .

[ $(5/2)(28,9/0,46)^2 \sim 10^4$ ]

## 50 ESEMPIO

Un cilindro fermo di massa  $m = 4,00 \text{ kg}$  ha un raggio  $R = 12,0 \text{ cm}$  ed è imperniato in modo da ruotare sul suo asse. Attorno al cilindro è avvolta una corda che viene tirata con una forza  $F = 1,80 \text{ N}$ .

- Calcola il momento d'inerzia del cilindro.  
 ► Calcola l'accelerazione angolare.  
 ► Calcola la velocità angolare dopo 4,0 s.

### ■ RISOLUZIONE

- Dalla tabella di pagina 279, il momento d'inerzia di un cilindro rispetto al suo asse è:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

#### ■ Risultato numerico

$$m = 4,00 \text{ kg}$$

$$R = 0,120 \text{ m}$$

$$I = \frac{1}{2} (4,00 \text{ kg})(0,120 \text{ m})^2 = 0,0288 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- La corda si svolge tenendosi tangente al cilindro, vale a dire perpendicolare al raggio, quindi il momento della forza è

$$M = FR$$

Il momento della forza produce un'accelerazione angolare costante:

$$\alpha = \frac{M}{I}$$

e che termina con una lunga asta al cui estremo c'è un dinamometro (figura). La forza d'attrito tra l'asse del motore e la morsa spinge in su l'asta contro il dinamometro che la mantiene orizzontale. Trascura la massa dell'asta.

- ▶ Dimostra che per ottenere il valore della potenza non occorre conoscere il raggio  $R$  dell'asse del motore.
- ▶ Usa i dati della figura e trova qual è la potenza del motore.

$$[F_{\text{attrito}} R = F l_{\text{asta}}, P = F_{\text{attrito}} v_{\text{asse}} = F_{\text{attrito}} \omega R \Rightarrow \Rightarrow P = F l_{\text{asta}} \omega; 6,28 \text{ kW}]$$

**88 Fisica del biliardo**

Un giocatore di biliardo vuole colpire una boccia di raggio  $R$  con la stecca in modo che la boccia rotoli senza strisciare.

- ▶ Dimostra che deve colpirla in un punto che dista  $(7/5)R$  dal piano del biliardo.

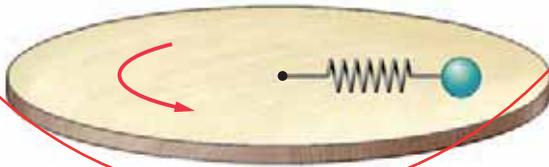
**89 Allungamento per rotazione**

Una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo  $l_0$  ha una massa  $m$  attaccata a un estremo, mentre l'altro estremo è fissato al centro di un disco che ruota con velocità angolare  $\omega$ . C'è attrito tra la massa e il disco, per cui la massa ruota solidale al disco. Indica con  $x$  l'allungamento della molla.

- ▶ Determina l'energia totale del sistema molla-pallina.
- ▶ Determina l'allungamento della molla supponendo che sia  $\omega < \sqrt{k/m}$ .
- ▶ Che cosa accade se la velocità angolare aumenta e diventa  $\omega > \sqrt{k/m}$ ?

$$[E = (1/2)(k + m\omega^2)x^2 + m\omega^2 l_0 x + (1/2)m\omega^2 l_0^2; x = m\omega^2 l_0 / (k - m\omega^2);$$

la molla si snerva oppure il disco non riesce a trascinare la massa, che inizia a saltellare]

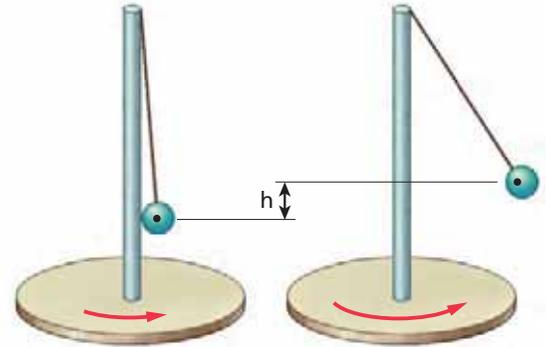


**90 Innalzamento per rotazione**

Al centro di una piattaforma rotante c'è un piolo al quale è attaccata, tramite un filo di lunghezza  $l$ , una piccola massa  $m$ . Se la piattaforma ruota lentamente, la massa resta appoggiata al piolo, ma se la velocità angolare aumenta, la massa si stacca dal piolo e si solleva di un tratto  $h$ .

- ▶ Trova un'espressione per l'energia potenziale  $V$  in funzione di  $h$  usando  $\omega$  come parametro. (Suggerimento: nel sistema di riferimento della pallina, alla forza centrifuga è esercitata l'energia potenziale  $-1/2 m \omega^2 r^2$ ).
- ▶ Verifica che solo se  $\omega > \sqrt{g/l}$  allora  $V$  ha un minimo per  $h > 0$ . In questo caso c'è una quota di equilibrio della pallina.

$$[E = (1/2)m\omega^2(h^2 - 2(l - g/\omega^2)h), E = E(h) \text{ è una parabola con concavità verso il basso; } h_0 = l - g/\omega^2]$$

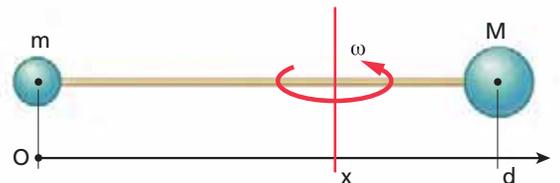


**91 Un problema di minimo**

Due masse,  $m$  e  $M$ , sono collegate da un'asta rigida di massa trascurabile. I centri delle due masse distano  $d$ . Se questo oggetto si mette in rotazione con velocità angolare  $\omega$ , attorno a un asse perpendicolare all'asta, a una distanza  $x$  dalla massa  $m$  (figura) il sistema avrà un'energia cinetica dipendente da  $x$ .

- ▶ Determina l'espressione dell'energia in funzione di  $x$ .
- ▶ Mostra che il minimo dell'energia (il vertice della parabola) si ha per  $x = Md/(m + M)$ , cioè per l'asse passante per il centro di massa.

$$[E = (1/2)\omega^2 \{(m + M)x^2 - 2Mdx + Md^2\}]$$



**92 Stessa fune, diversa tensione**

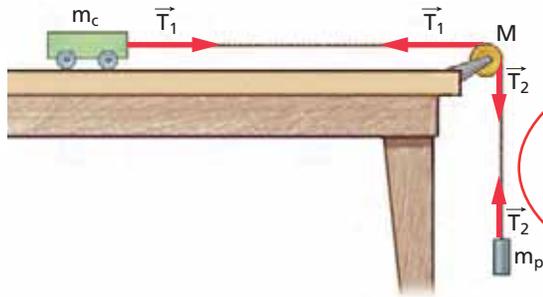
Il carrello in figura (pagina seguente) si muove senza attrito su un piano. La massa del carrello è  $m_c = 0,80 \text{ kg}$ ; il pesetto che lo trascina ha massa  $m_p = 0,50 \text{ kg}$ , mentre la carrucola ha massa  $M = 0,4 \text{ kg}$ . La fune ha massa trascurabile e non striscia sulla carrucola.

- Determina la differenza tra la tensione  $T_2$  della fune verticale e la tensione  $T_1$  di quella orizzontale.

$$[0,65 \text{ N}; \text{ risulta inoltre: } a = m_p g / (m_c + m_p + M/2);$$

$$T_1 = m_p m_c g / (m_c + m_p + M/2);$$

$$T_2 = (m_p m_c + m_p M/2) g / (m_c + m_p + M/2)]$$



### 93 Stratagemma stabilizzante

Per migliorare la stabilità dei proiettili tutte le armi da fuoco hanno una rigatura interna che imprime un moto di rotazione alle pallottole. Incamerando momento angolare esse diventano meno soggette a deviare la loro traiettoria. Il passo nella rigatura di una canna di fucile ha valore tipico di 19 cm. Una pallottola viene sparata alla velocità di 350 m/s, ha una massa di 3 g e il diametro di 0,9 cm.

- Calcola il momento angolare della pallottola.

$$[3,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$$

### 94 Forza apparente?

Una piattaforma che ruota con velocità angolare costante  $\omega$  è un sistema di riferimento non inerziale. Se ti metti in questo sistema, osservi che su un corpo di massa  $m$  agisce una forza (apparente) proporzionale alla distanza  $r$  dall'asse di rotazione e diretta verso l'esterno:  $F = m\omega^2 r$ .

- Disegna il grafico di  $F$  in funzione di  $r$ .  
 ► Mostra che nel sistema non inerziale si può associare a questa forza una energia potenziale  $U = -(1/2)m\omega^2 r^2$ .

### 95 Una signora da primato

Beatrice è una delle turbine eoliche più grandi al mondo. Ogni sua pala ha una lunghezza di 61,5 m e un peso di 17,5 t. La velocità massima a cui possono girare le pale è di 12,1 rpm (giri al minuto). Considera che il momento d'inerzia di una pala rispetto a un estremo può essere stimato tramite la formula:  $I = (1/3)ML^2$ .

- Calcola il momento d'inerzia di Beatrice.  
 ► Calcola l'energia cinetica a velocità massima.

$$[66 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; 53 \cdot 10^6 \text{ J}]$$

## L'ARTE DELLA STIMA

### 96 L'inerzia dei dati

Un DVD è assimilabile a un disco, trascurando il buco centrale, e ha una massa di circa 15 g.

- Stima il suo momento di inerzia.  $[3 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2]$

### 97 La lunghezza dell'angolo

Roma e Boston si trovano all'incirca sul  $42^\circ$  parallelo. Utilizza per il raggio terrestre il valore approssimato di 6400 km.

- Stima la distanza che separa Boston da Roma.

$$[7 \cdot 10^3 \text{ km}]$$

### 98 Allineamento planetario

Il periodo orbitale di Marte è circa 687 giorni terrestri.

- Stima l'intervallo di tempo che intercorre tra due allineamenti successivi di Terra, Marte e Sole.

$$[8 \cdot 10^2 \text{ giorni}]$$



fotocou.blogspot.com

### 99 Ripartizione di energia

Le caratteristiche del moto di Giove sono particolari se confrontate a quelle terrestri. L'anno gioviano dura 4333 giorni terrestri ma il periodo di rotazione del pianeta è solamente 0,4 giorni terrestri!

- Stima il rapporto tra l'energia cinetica rotazionale e orbitale di Giove.  
 ► Confrontalo con lo stesso rapporto calcolato per la Terra (utilizza i dati dell'esercizio 49).

$$[G = 0,4; T = 1 \cdot 10^{-4}: \text{ in proporzione Giove ha molta pi\`u energia immagazzinata nel moto rotatorio}]$$

### 100 Equilibrisimo digitale

Quando un giocatore di basket riesce a mantenere la palla in rotazione su un dito, gli applica un

momento torcente. Inizialmente la palla è ferma, mentre la velocità di rotazione finale vale  $30 \text{ rad/s}$ . Il tempo di contatto può essere stimato in  $0,5 \text{ s}$ .

- ▶ Stima il momento torcente applicato. [ $0,3 \text{ N} \cdot \text{m}$ ]



Oly / Shutterstock

### 101 Turboelica sotto analisi

- I motori turboelica più diffusi raggiungono velocità di rotazione tipiche di  $1200 \text{ rpm}$  (giri al minuto). Un



Eduard Marmet / Wikimedia Commons

motore turboelica che ha 3 pale, ciascuna delle quali ha una massa di circa  $1 \text{ kg}$ , ruota a velocità costante. Considera che il momento d'inerzia di una pala rispetto a un estremo può essere stimato tramite la formula  $I = (1/3)ML^2$ .

- ▶ Stima la forza applicata al pignone dalla pala.
- ▶ Stima la forza complessiva applicata al pignone.
- ▶ Stima il momento angolare dell'elica.

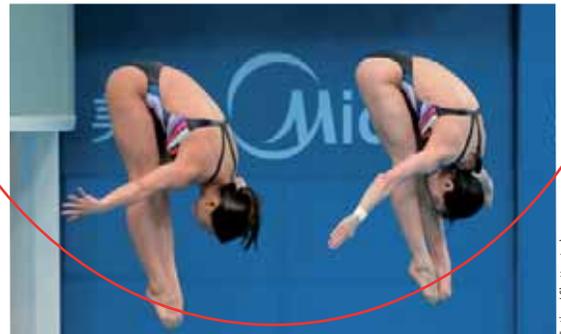
[ $9 \text{ kN}$ ;  $0 \text{ N}$ ;  $1 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ ]

### 102 Accelerazione per rannicchiamento

- I tuffatori regolano la velocità di rotazione del corpo allontanando o avvicinando le gambe al busto. Al momento dello stacco dal trampolino un tuffatore ha la velocità angolare di  $1 \text{ rad/s}$ . A mezz'aria porta gli arti vicino al busto in modo da poter approssimare il suo corpo a una sfera. Considera il tuffatore alto  $1,80 \text{ m}$  e con una massa di  $75 \text{ kg}$ .

- ▶ Stima la velocità angolare a mezz'aria.
- ▶ Stima la variazione di energia cinetica.

[ $3 \text{ rad/s}$ ;  $90 \text{ J}$ ]



Tealby / Shutterstock

Dalle due equazioni deriva che

$$mg = G \frac{mM_T}{r_T^2}$$

quindi l'accelerazione di gravità è

$$g = G \frac{M_T}{r_T^2} \quad (4)$$

### **DENTRO LA FORMULA**

La (4) spiega le proprietà già note dell'accelerazione di gravità  $g$ :

- non dipende dalla massa  $m$  del corpo;
- a livello del mare è costante perché  $G$ ,  $M_T$  e  $r_T$  sono costanti.

### **Esempio**

L'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre vale

$$g = (6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \frac{(6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(6,4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \approx 9,8 \text{ m/s}^2$$

Con la formula (4) si calcola anche l'accelerazione di gravità  $g_p$  su qualunque pianeta: basta inserire i valori della massa e del raggio del pianeta.

Il peso di un corpo di massa  $m$  su un pianeta con accelerazione di gravità  $g_p$  è

$$P = m g_p$$

### **QUANTO? L'accelerazione di gravità su Venere**

Il pianeta Venere ha dimensioni simili a quelle della Terra, perché ha un raggio  $r_V = 6 \cdot 10^6$  m e una massa  $M_V = 5 \cdot 10^{24}$  kg. Sulla superficie di Venere (di cui l'immagine mostra un particolare ripreso nel 1982 dalla sonda sovietica Venera 14) l'accelerazione di gravità è

$$g_V = G \frac{M_V}{r_V^2} = (6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \frac{(5 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(6 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \approx 8 \text{ m/s}^2$$



### **Massa e densità media della Terra**

La formula (4) contiene tre grandezze che si misurano in modo indipendente:

- l'accelerazione di gravità  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$  si determina mediante la misura del periodo di oscillazione di un pendolo;
- la costante di gravitazione universale  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  si misura con esperimenti simili a quello di Cavendish;



## 1 La legge di gravitazione universale

### 1 QUANTO?

- Stima l'intensità della forza con cui la Luna attrae una persona di 60 kg che si trova sulla Terra.  
 [2 · 10<sup>-3</sup> N]

### 2 QUANTO?

- Stima l'intensità della forza con cui il Sole attrae una persona di 60 kg che si trova sulla Terra.  
 [4 · 10<sup>-1</sup> N]

### 3 ESEMPIO

La Terra ( $m_T = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg) e il Sole ( $m_S = 2,0 \cdot 10^{30}$  kg) distano  $1,5 \cdot 10^8$  km.  
 ► Determina la forza che la Terra esercita sul Sole.

#### ■ RISOLUZIONE

La forza gravitazionale con cui un corpo attrae l'altro è

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

#### ■ Risultato numerico

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$m_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m_S = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$r = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$F = (6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \frac{(6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg})(2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg})}{(1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2} = 3,6 \cdot 10^{22} \text{ N}$$

- 4 La Luna ( $m_L = 7,3 \cdot 10^{22}$  kg) e il Sole ( $m_S = 2,0 \cdot 10^{30}$  kg) distano in media  $1,5 \cdot 10^{11}$  m.

- ► Calcola la forza con cui il Sole attrae la Luna.

[4,3 · 10<sup>20</sup> N]

- 5 Considera la seguente tabella.

Pianeta	Massa (kg)	Distanza minima dalla Terra (km)
Venere	$4,9 \cdot 10^{24}$	$4,2 \cdot 10^7$
Giove	$1,9 \cdot 10^{27}$	$6,3 \cdot 10^8$

- Determina il rapporto fra la forza esercitata dalla Terra su Venere e la forza esercitata dalla Terra su Giove.

[0,58]

- 6 Due masse puntiformi  $m_1$  e  $m_2$  di 1,0 kg sono poste alla distanza di 8,0 m. Una massa puntiforme  $m_3$  è posta sull'asse del segmento congiungente  $m_1$  e  $m_2$  alla distanza di 5,0 m da  $m_2$ .

- Quale forza si esercita su  $m_3$ ? [0,071 G  $m_3$ ]

- 7 I pianeti Marte ( $m_M = 6,42 \cdot 10^{23}$  kg) e Saturno ( $m_S = 5,69 \cdot 10^{26}$  kg) si trovano alla distanza di 8 UA (unità astronomiche). Un meteorite si trova sulla congiungente Marte-Saturno. Trascura le forze gravitazionali dovute agli altri corpi del Sistema Solare.

- A quale distanza da Marte il meteorite ha un'accelerazione gravitazionale nulla? [0,3 UA]

- 8 Una Smart di massa  $8 \cdot 10^2$  kg e un camper di massa  $4 \cdot 10^3$  kg sono posteggiati a 3 m di distanza l'una dall'altro. Per semplicità considera i due autoveicoli come puntiformi.

- Calcola il modulo della forza gravitazionale esercitata dal camper sulla Smart.

- È più grande la forza gravitazionale esercitata sulla Smart dalla Luna o quella esercitata dal camper?

[2 · 10<sup>-5</sup>; la forza esercitata dalla Luna]

- 9 Due masse puntiformi  $m_1$  e  $m_2$  sono poste alla distanza di 5 m. Si vuole porre una massa di 1 kg

16 Completa la seguente tabella.

Pianeta	Massa (kg)	Raggio (m)	Accelerazione di gravità alla superficie del pianeta (m/s <sup>2</sup> )
Mercurio	$3,30 \cdot 10^{23}$	$2,44 \cdot 10^6$	
Venere	$4,87 \cdot 10^{24}$	$6,05 \cdot 10^6$	
Giove	$1,90 \cdot 10^{27}$	$7,15 \cdot 10^7$	
Saturno	$5,69 \cdot 10^{26}$	$6,03 \cdot 10^7$	

[Mercurio: 3,7 m/s<sup>2</sup>; Venere: 8,9 m/s<sup>2</sup>; Giove: 25 m/s<sup>2</sup>; Saturno: 11 m/s<sup>2</sup>]

17 Considerando i dati forniti e calcolati nell'esercizio precedente, determina le densità dei pianeti. Confrontando tali densità con quelle di materiali a te noti, individua poi la tipologia dei pianeti (rocciosi o gassosi).

Pianeta	Densità (g/cm <sup>3</sup> )	Tipologia
Mercurio		
Venere		
Giove		
Saturno		

[Mercurio: 5,43 g/cm<sup>3</sup>, roccioso; Venere: 5,25 g/cm<sup>3</sup>, roccioso; Giove: 1,24 g/cm<sup>3</sup>, gassoso; Saturno: 0,62 g/cm<sup>3</sup>, gassoso]

18 Uno strumento di massa 75 kg è portato a un'altezza di 40 km sul livello del mare da un pallone sonda.

► Di quale percentuale diminuisce il suo peso? ( $R_T = 6380$  km) [1,25%]

19 Un corpo ha una densità di  $3,1 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup> e un volume di 450 cm<sup>3</sup>. Utilizza i dati riportati nell'esempio 14.

► Calcola la massa del corpo e il suo peso sulla superficie marziana. [ $m = 1,4$  kg;  $P = 5,2$  N]

### 3 Le orbite dei satelliti attorno alla Terra

#### 20 QUANTO?

► Quanti secondi impiega la Luna a compiere un'orbita attorno alla Terra? [ $2 \cdot 10^6$  s]

#### 21 ESEMPIO

La Stazione Spaziale Internazionale ruota attorno alla Terra su un'orbita praticamente circolare a un'altezza dal suolo  $h = 4 \cdot 10^2$  km.

► Calcola la velocità della stazione.

#### ■ RISOLUZIONE

Il raggio dell'orbita è

$$r = R_T + h$$

La velocità della stazione è

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

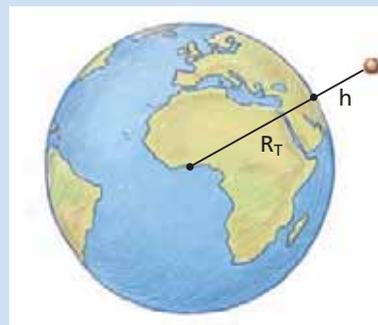
#### ■ Risultato numerico

$$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$h = 4 \cdot 10^2 \text{ km} = 4 \cdot 10^5 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{(6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(6,4 \cdot 10^6 \text{ m}) + (4 \cdot 10^5 \text{ m})}} = 7,7 \cdot 10^3 \text{ m/s} \approx 28000 \text{ km/h}$$



**22** Un satellite è posto in orbita circolare intorno alla Terra a un'altezza di 495 km. Il raggio della Terra è  $6,38 \cdot 10^6$  m e la sua massa è  $5,97 \cdot 10^{24}$  kg.  
 ► Qual è la velocità del satellite? [7,61 km/s]

**23** **ESEMPIO**

W2A è un satellite per telecomunicazioni in orbita geostazionaria.  
 ► Calcola l'altezza di W2A rispetto a Terra.



**RISOLUZIONE**

Il raggio dell'orbita è  $R = \sqrt[3]{\frac{GM_T}{4\pi^2}} T^2$

L'altezza  $h$  dell'orbita rispetto alla superficie terrestre è  $h = R - R_T$

**Resultati numerico**

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$   
 $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$   
 $T = 23^{\text{h}} 56' 4'' = 8,62 \cdot 10^4 \text{ s}$   
 $R_T = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$R = \sqrt[3]{\frac{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(5,9 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{4 \cdot 3,14^2}} (8,62 \cdot 10^4 \text{ s})^2 = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$h = (4,22 \cdot 10^7 \text{ m}) - (6,38 \cdot 10^6 \text{ m}) = 3,58 \cdot 10^7 \text{ m}$$

**24** Calcola la velocità di un satellite in orbita geostazionaria. [3,1 · 10<sup>3</sup> m/s]

**25** Un satellite è posto in orbita circolare intorno alla Terra con una velocità di  $6,80 \cdot 10^3$  m/s.  
 ► Qual è la sua distanza dalla superficie terrestre? [2,23 Mm]

**26** Calcola l'accelerazione centripeta di un satellite in orbita geostazionaria. [0,22 m/s<sup>2</sup>]

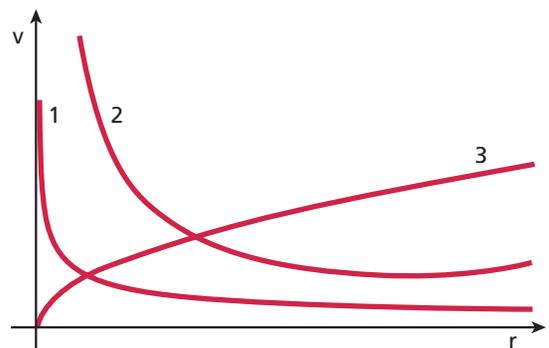
**27** Grazie al suo cannocchiale, Galileo scoprì alcuni satelliti di Giove: Io, Europa, Ganimede e Callisto. Supponendo che le loro orbite siano circolari, completa la seguente tabella.

Satellite	Distanza media da Giove (km)	Periodo orbitale (giorni)
Io	$4,22 \cdot 10^5$	1,77
Europa	$6,71 \cdot 10^5$	
Ganimede	$1,07 \cdot 10^6$	
Callisto	$1,88 \cdot 10^6$	

[3,55 giorni; 7,16 giorni; 16,7 giorni]

**28** Con quale velocità deve essere lanciato un oggetto dalla stazione spaziale orbitale affinché cada verticalmente sulla Terra?  
 [Con una velocità tangenziale di 7,7 km/s in verso opposto al moto]

**29** Considera i grafici mostrati nella figura.

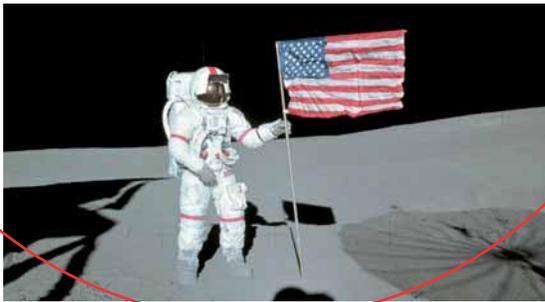


► Quale di essi può rappresentare l'andamento della velocità  $v$  di un satellite al variare del raggio  $r$  della sua orbita? Giustifica la risposta.

**30** Un satellite artificiale viene immesso in un'orbita circolare a bassissima quota intorno alla Terra.

- ▶ Determina il periodo orbitale del satellite.
- ▶ Calcola la velocità del satellite e spiega perché un satellite non può orbitare nell'atmosfera terrestre.  $[T \approx 85 \text{ min}; v = 7,9 \text{ km/s} \approx 28000 \text{ km/h}]$

**31** Durante una missione sul suolo lunare, Alan Shepard, nel 1971, lanciò una pallina da golf, con un angolo di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale, che ricadde dopo 400 m. Supponi che lo stesso lancio, con la stessa velocità, venga effettuato su un asteroide di densità uguale a quella lunare ( $3,34 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ).



- ▶ Quale massa deve avere l'asteroide perché il lancio metta in orbita la pallina?  $[3,2 \cdot 10^{17} \text{ kg}]$

## 5 L'energia potenziale gravitazionale

### 32 QUANTO?

- Stima l'energia gravitazionale immagazzinata in un bacino idroelettrico artificiale che ha una capienza pari a  $1 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ , posto a 1000 m sul livello del mare.  $[1 \cdot 10^{13} \text{ J}]$

### 33 QUANTO?

- Stima l'energia potenziale, riferita all'infinito, di un satellite di 200 kg che percorre un'orbita geostazionaria.  $[2 \cdot 10^9 \text{ J}]$

**34** Un corpo di 10 kg viene portato dalla superficie terrestre fino a un'altezza di 1000 km.

- ▶ Calcola il lavoro compiuto sul corpo.  $[8,5 \cdot 10^7 \text{ J}]$

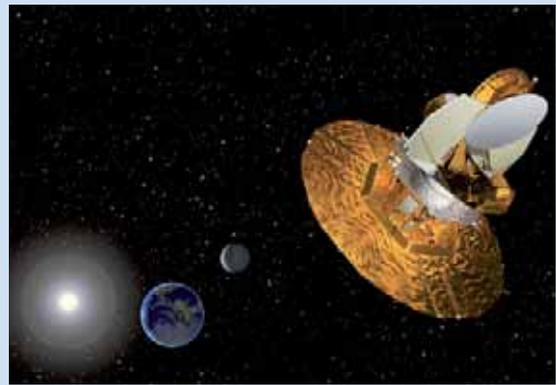
**35** Un libro di massa 1,3 kg cade sul pavimento da un'altezza di 4,0 m.

- ▶ Qual è la sua variazione di energia potenziale gravitazionale?  $[51 \text{ J}]$

## 36 ESEMPIO

Il satellite WMAP orbita a  $1,5 \cdot 10^6 \text{ km}$  dalla Terra, in verso opposto al Sole per compiere misurazioni sull'origine dell'Universo. La sua massa è 830 kg.

- ▶ Calcola l'energia potenziale del sistema WMAP-Terra.



### ■ RISOLUZIONE

L'energia potenziale del sistema formato da una massa  $m$  e dalla Terra è

### ■ Risultati numerici

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m = 8,3 \cdot 10^2 \text{ kg}$$

$$r = 1,5 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$$

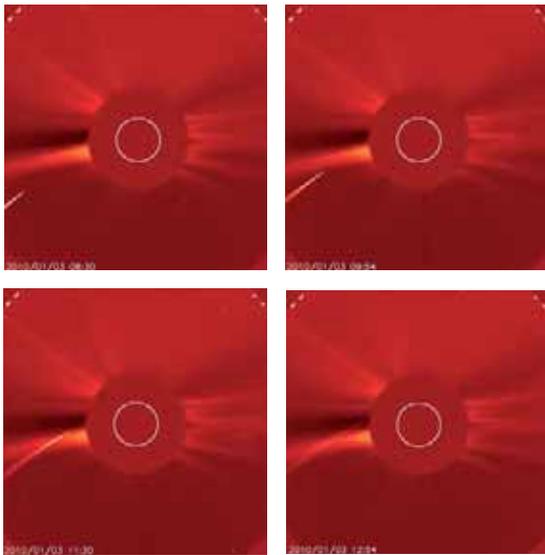
$$R_T = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$U = -G \frac{m M_T}{r}$$

$$U = -(6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \cdot \frac{(8,3 \cdot 10^2 \text{ kg})(5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(1,5 \cdot 10^9 \text{ m})} = -2,2 \cdot 10^8 \text{ J}$$

satellite SOHO si possono osservare comete, dette *sungrazing*, che passano così vicino al Sole da essere distrutte. Tale sorte è capitata a una cometa osservata nel gennaio del 2010 (indicata dalla scia chiara in basso a sinistra nella sequenza di immagini). Il perielio di questa cometa sarebbe stato di 0,005 UA ( $1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ ); il suo afelio era invece collocato nella Nube di Oort, che dista mediamente  $6 \cdot 10^4 \text{ UA}$  dal Sole. Nell'afelio è noto che tale cometa aveva una velocità trascurabile.

- ▶ Calcola la velocità che aveva la cometa in prossimità del Sole ( $m_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ). [ $6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ]



### 63 Il nostro buco nero

La stella S2 orbita attorno al buco nero SgrA\* posto al centro della nostra Galassia. Il raggio dell'orbita è 1030 UA ( $1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ) e il periodo di rivoluzione è 15,9 anni.

- ▶ Calcola la massa di SgrA\*.
- ▶ Esprimi la massa in termini di masse solari ( $m_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ). [ $8,7 \cdot 10^6 m_S$ ;  $4,3 \cdot 10^6 m_S$ ]

### 64 Dalla Terra alla Luna

Sulla superficie terrestre l'accelerazione di gravità è  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Il raggio dell'orbita lunare è 60 volte il raggio terrestre.

- ▶ Determina l'accelerazione centripeta della Luna. [ $2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ ]

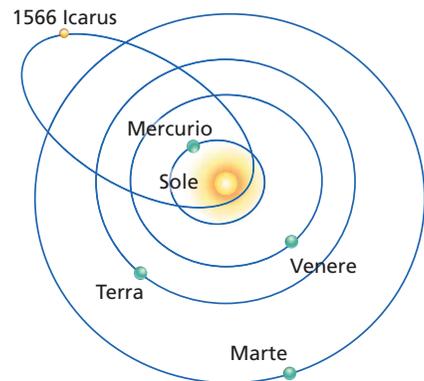
### 65 Icarus

L'asteroide 1566 Icarus è un corpo celeste di circa 1,5 km di diametro che orbita attorno al Sole su una

ellisse molto schiacciata. La sua distanza dal Sole passa da 0,19 UA nel punto più vicino (perielio) a 1,97 UA nel punto più lontano (afelio). Il semiasse maggiore dell'orbita è la media aritmetica delle distanze di afelio e perielio.

- ▶ Calcola la lunghezza del semiasse maggiore.
- ▶ Calcola il periodo orbitale in giorni terrestri.

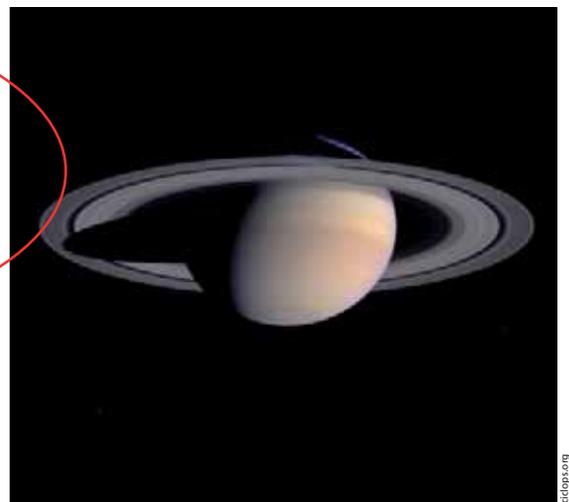
[1,08 UA; ~ 410 giorni]



### 66 Il pianeta con gli anelli

Gli anelli di Saturno sono formati da piccole particelle che orbitano attorno al pianeta. Da Terra si è misurato che le particelle, distanti dal centro di Saturno  $1,35 \cdot 10^5 \text{ km}$ , orbitano a una velocità di 17 km/s.

- ▶ Quanto vale la massa di Saturno? [ $5,8 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ ]



### 67 L'asteroide Cerere

Nel 1801 l'astronomo Giuseppe Piazzi scoprì un asteroide che denominò Cerere. Oggi sappiamo che Cerere orbita fra Marte e Giove, ha una massa di

$(9,43 \pm 0,07) \cdot 10^{20}$  kg e un raggio medio che vale  $(4,70 \pm 0,04) \cdot 10^5$  m.

- Determina l'intervallo di valori dell'accelerazione gravitazionale  $g_C$  sulla superficie di Cerere compatibili con i dati osservativi.

$$[0,278 \text{ m/s}^2 < g_C < 0,292 \text{ m/s}^2]$$

### 68 Una strana forza di gravità

Supponi che un corpo di massa  $m$  stia ruotando attorno a un centro di forza fisso  $C$  lungo un'orbita circolare di raggio  $R$ . La forza che lo attrae dipende dall'inverso della distanza da  $C$  secondo la legge  $F = a/R$ .

- Dimostra che la velocità del corpo non dipende da  $R$ .
- Dimostra che il periodo di rivoluzione cresce linearmente con  $R$ .  $[v = \sqrt{a/m}; T = 2\pi R \sqrt{m/a}]$

### 69 La cometa più famosa

La cometa di Halley si muove attorno al Sole lungo un'orbita ellittica che percorre in 75,8 anni.

- Calcola la lunghezza del semiasse maggiore dell'orbita.

La minima distanza dal Sole a cui arriva la cometa di Halley è 0,596 UA.

- Calcola la sua massima distanza dal Sole in UA. Nel punto più vicino al Sole la velocità della cometa è 54,5 km/s.
- Calcola la sua velocità nel punto più lontano.

$$[2,68 \cdot 10^{12} \text{ m}; 35,2 \text{ UA}; 929 \text{ m/s}]$$

### 70 Una formula... semplificata

Il raggio  $R$  e il periodo  $T$  dell'orbita di un satellite attorno alla Terra sono legati dalla relazione

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_T} R^3$$

- Dimostra che, con buona approssimazione, la relazione fra  $T$  e  $R$  può essere messa nella forma:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} R_T$$

dove  $R_T$  è il raggio della Terra.

- Verifica che numericamente  $T^2 = 4R_T$ .

### 71 Il grattacielo più alto del mondo

Il Burj Khalifa a Dubai, inaugurato nel 2010, è attualmente il più alto grattacielo al mondo, con un'altezza totale di 828 m.

- Dimostra che il rapporto fra l'energia potenziale sulla cima e l'energia potenziale a terra è

$$\frac{1}{1 + 828/6,4 \cdot 10^6}$$



architecture.abour.com

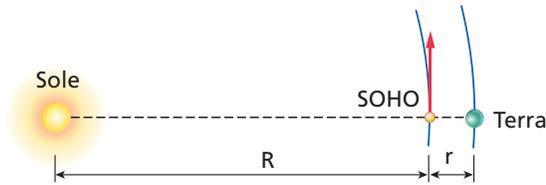
- 72 Se  $x$  è molto piccolo, vale la seguente approssimazione

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx$$

- Utilizza questa relazione per determinare le prime 5 cifre del rapporto fra le energie potenziali relativo all'esercizio precedente.  $[0,99987]$

### 73 SOHO: un osservatorio solare attorno al punto lagrangiano $L_1$

SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) è un satellite dell'ESA (European Space Agency) che tiene sotto costante osservazione i fenomeni altamente energetici che avvengono sulla superficie solare. SOHO orbita attorno a un punto, detto *punto lagrangiano*  $L_1$ , che dista  $r = 1,5 \cdot 10^9$  m dalla Terra e che si muove in modo tale da rimanere sempre fra il Sole e la Terra. Per semplicità, supponi che SOHO sia esattamente in  $L_1$ . Indica con  $M$  la massa del Sole, con  $m$  la massa della Terra e con  $v$  la velocità di SOHO. La distanza Terra-Sole è  $R + r = 1,495 \cdot 10^{11}$  m.



- Dimostra che la velocità di SOHO è legata alla distanza dalla Terra dalla relazione

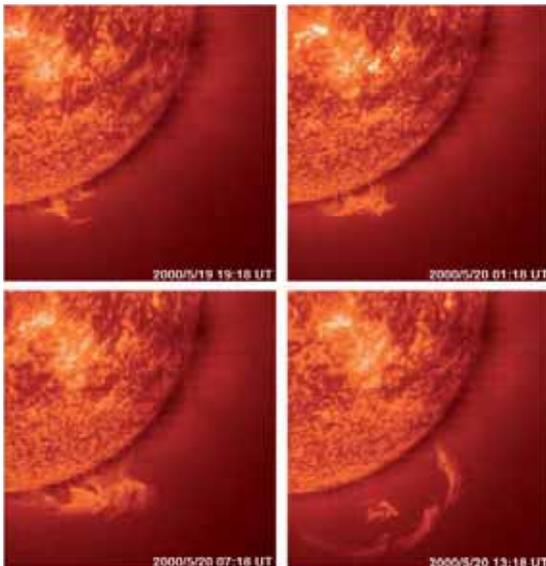
$$v^2 = G \frac{M}{R} - G \frac{mR}{r^2}$$

Il periodo di rivoluzione  $T$  di SOHO attorno al Sole è  $T = 2\pi R/v$ .

- Spiega perché deve essere  $T = 3,15 \cdot 10^7$  s, cioè esattamente pari a un anno terrestre.  
 ► Verifica che i valori di  $R$  e  $r$  devono soddisfare l'equazione

$$\frac{4\pi^2 R^2}{(3,15 \cdot 10^7 \text{ s})^2} = G \frac{M}{R} - G \frac{mR}{r^2}$$

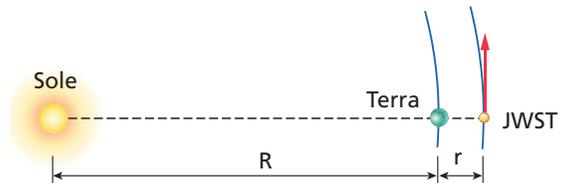
[In modo da muoversi stando sempre fra la Terra e il Sole; basta sostituire nella prima equazione l'espressione della velocità in cui  $T = 3,15 \cdot 10^7$  s]



#### 74 JWST: un osservatorio nel punto lagrangiano $L_2$

Nel 2014 la NASA lancerà in orbita JWST (James Webb Space Telescope), un telescopio, progettato per osservare le galassie primordiali. Poiché il segnale di questi oggetti celesti è molto debole, il satellite deve essere protetto dalla luce solare. Per questo motivo gli scienziati hanno deciso di collocarlo in orbita attorno al punto lagrangiano  $L_2$ , che dista dalla Terra  $r = 1,5 \cdot 10^9$  m e che si muove in

modo tale che la Terra è sempre fra esso e il Sole. Quando JWST è nel cono d'ombra della Terra compie le osservazioni, mentre si ricarica mediante i pannelli solari quando intercetta la luce del Sole. Per semplicità supponi che JWST sia esattamente in  $L_2$ . Indica con  $M$  la massa del Sole, con  $m$  la massa della Terra e con  $v$  la velocità di JWST. La distanza Terra-Sole è  $R = 1,495 \cdot 10^{11}$  m.



- Dimostra che la velocità di JWST è legata alla distanza dalla Terra dalla relazione

$$v^2 = G \frac{M}{R+r} + G \frac{m(R+r)}{r^2}$$

Il periodo di rivoluzione  $T$  di JWST attorno al Sole è  $T = 2\pi(R+r)/v$ .

- Spiega perché deve essere  $T = 3,15 \cdot 10^7$  s, cioè esattamente pari a un anno terrestre.  
 ► Verifica che il valore di  $r$  deve soddisfare l'equazione

$$4\pi^2 \frac{(R+r)^2}{(3,15 \cdot 10^7 \text{ s})^2} = G \frac{M}{R+r} + G \frac{m(R+r)}{r^2}$$

[In modo da muoversi stando sempre dalla parte opposta della Terra rispetto al Sole; basta sostituire nella prima equazione l'espressione della velocità in cui  $T = 3,15 \cdot 10^7$  s]



### L'ARTE DELLA STIMA

#### 75 Distanza fra giganti

- Il periodo di rivoluzione di Giove attorno al Sole è circa 12 anni.  
 ► Stima la distanza di Giove dal Sole.  $[8 \cdot 10^{11} \text{ m}]$

#### 76 Energia per l'infinito

- La velocità di fuga dalla superficie terrestre è  $1,1 \cdot 10^4$  m/s.

## Esempi

- Pressione esercitata da due fogli sovrapposti di carta assorbente da cucina appoggiati sul tavolo (ciascuno con una massa di 2 g e una dimensione di 20 cm × 20 cm):

$$P = \frac{(4 \cdot 10^{-3} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(0,2 \text{ m})^2} = 1 \text{ Pa}$$

- Pressione esercitata dalla marmellata (400 g) su una crostata (raggio = 20 cm):

$$P = \frac{(0,4 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{3,14 \cdot (0,2 \text{ m})^2} = 3 \cdot 10 \text{ Pa}$$

- Pressione esercitata da una bottiglia d'acqua (1,5 kg) su un tavolo (area di appoggio pari a 5 cm<sup>2</sup>):

$$P = \frac{(1,5 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

- Pressione esercitata dalla lama di un coltello, lunga 10 cm e larga 0,1 mm, premuta con una forza di 20 N sul pane:

$$P = \frac{2 \cdot 10 \text{ N}}{(1 \cdot 10^{-1} \text{ m})(1 \cdot 10^{-4} \text{ m})} = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

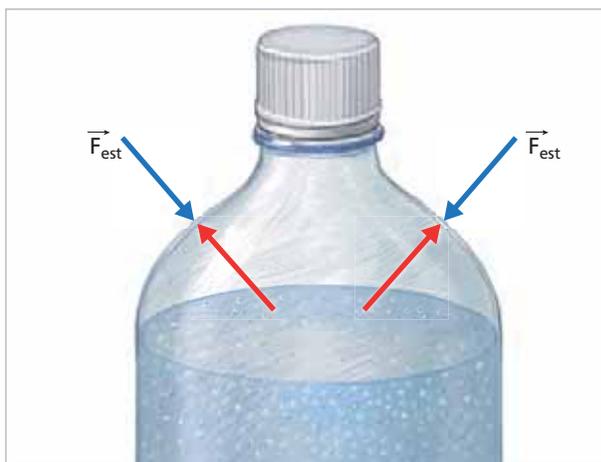
## La pressione nei fluidi

I fluidi esercitano una pressione in tutte le direzioni.

**1** Durante un'immersione si avverte un fastidio nel timpano dell'orecchio dovuto alla pressione dell'acqua. Il fastidio non cambia se si ruota la testa.

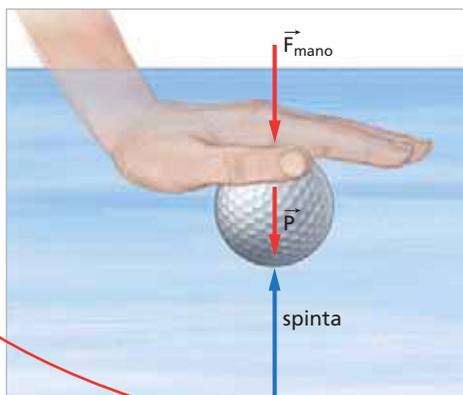


**2** Dopo aver scosso a lungo una bottiglia di plastica (chiusa con il tappo) contenente una bevanda frizzante, si può notare che non si deforma sotto l'azione di forze esterne. La pressione dei gas al suo interno equilibra le forze applicate dall'esterno.

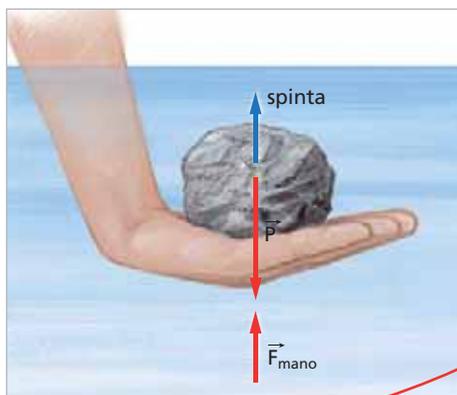


Le caratteristiche della pressione nei fluidi rispecchiano due importanti proprietà dei fluidi in quiete.

**1** Per tenere la pallina immersa bisogna esercitare una forza verso il basso che contrasta la spinta verso l'alto dell'acqua.



**2** Il peso del sasso sembra minore quando è immerso perché su di esso agisce la spinta verso l'alto dell'acqua.



La spinta idrostatica dei liquidi fu compresa dal siracusano Archimede (287-212 a.C.), che ne illustra le caratteristiche nel seguente principio, detto **principio di Archimede**:

un corpo immerso in un liquido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del volume di liquido spostato.

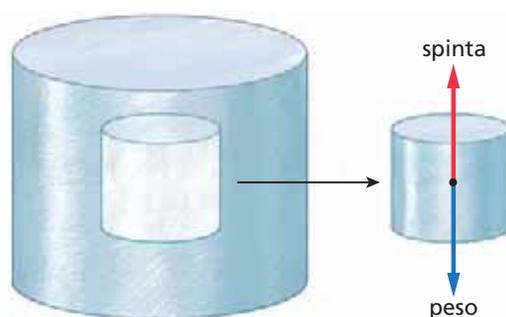
Il principio di Archimede vale anche per gli aeriformi e può quindi essere così enunciato:

su un corpo immerso in un fluido agisce una forza diretta verso l'alto di intensità uguale al peso del fluido spostato.

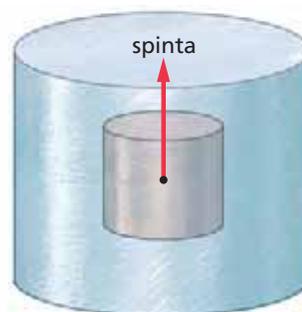
Ricostruiamo il ragionamento che portò Archimede a comprendere le caratteristiche della spinta idrostatica.

**1** Consideriamo un fluido in quiete all'interno di un contenitore: ogni porzione di fluido è in equilibrio e quindi il suo peso è equilibrato dalle forze esercitate dal liquido circostante. La risultante di queste forze è la spinta idrostatica. Quindi la spinta idrostatica su quella porzione di fluido ha intensità uguale al peso del fluido:

$$\text{spinta idrostatica} = \text{peso del fluido}$$



**2** Un corpo immerso nel fluido sostituisce un volume di fluido con la sua stessa forma. Sul corpo agisce una spinta idrostatica uguale a quella che agiva sul fluido rimosso e che è uguale al peso del fluido spostato. La spinta non dipende quindi dal materiale con cui è fatto il corpo ma solo dal volume del fluido che esso sposta.



Il fluido è incomprimibile, quindi  $A_1 l_1 = A_2 l_2 = V$  è il volume della massa  $m$  di fluido spostata. Il lavoro esercitato dalle forze di pressione sull'elemento di fluido nel passaggio dalla sezione 1 alla sezione 2 è quindi

$$L = P_1 V - P_2 V$$

Per effetto di questo lavoro, passando da una zona ad alta pressione a una a pressione minore, l'elemento di fluido acquista energia. Poiché si considerano nulli gli attriti, la sua energia totale si conserva nel passaggio tra le sezioni 1 e 2. Quindi l'acquisto di energia  $L$  da parte dell'elemento è uguale alla somma delle variazioni dell'energia cinetica  $\Delta K$  e dell'energia potenziale  $\Delta U$ :

$$L = \Delta K + \Delta U$$

ossia

$$P_1 V - P_2 V = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_2 - m g h_1 \quad (12)$$

da cui segue:

$$P_1 V + \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = P_2 V + \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2 \quad (13)$$

Dividendo entrambi i membri per il volume  $V$  e ricordando che  $m/V = \rho$ , si ottiene la relazione (11).

## Conservazione dell'energia ed equazione di Bernoulli

Come evidenzia la dimostrazione precedente,

l'equazione di Bernoulli esprime la conservazione dell'energia nel caso di flusso stazionario di un fluido incomprimibile.

Nella forma (12) l'equazione di Bernoulli stabilisce che l'energia totale di un volume  $V$  di fluido con massa  $m$  ha lo stesso valore in due sezioni qualsiasi del condotto e quindi che l'energia totale si conserva lungo il flusso.

Altrettanto significativa è l'interpretazione della (11). Ciascun termine è ottenuto dal corrispondente della (12) dividendo per il volume  $V$ ; quindi ciascuno di essi è una energia per unità di volume, cioè una densità di energia, misurata in  $\text{J}/\text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m}/\text{m}^3 = \text{N}/\text{m}^2 = \text{Pa}$ . In particolare:

- $P$  è la densità di energia dovuta alla pressione del fluido;
- $(1/2) \rho v^2$  è la densità di energia cinetica;
- $\rho g h$  è la densità di energia potenziale gravitazionale.

Quindi l'equazione di Bernoulli stabilisce che

la densità di energia del fluido rimane costante lungo il flusso.

L'equazione di Bernoulli consente di spiegare alcuni interessanti fenomeni relativi a fluidi in movimento.

- 31** Il plasma sanguigno scorre da un contenitore attraverso un tubo entrando nella vena di un paziente, dove la pressione del sangue è di 90 mmHg. La densità relativa del plasma sanguigno a 37 °C è di 1,03.
- Determina la quota minima del contenitore tale che la pressione, mentre entra nella vena, sia almeno di 12,0 mmHg. [1,2 m]

**32 ESEMPIO**

Un bidone di raggio 30 cm contiene pittura di densità  $1,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . La pittura raggiunge nel bidone un'altezza di 40 cm. Si aggiunge una quantità d'acqua e la pressione relativa sul fondo aumenta del 2%.

- Calcola il volume d'acqua aggiunto.

**RISOLUZIONE**

La pressione finale  $P_f$  sul fondo è data dalla somma della pressione iniziale della pittura  $P_p$  e dal contributo della pressione  $P_a$  dovuto all'aggiunta d'acqua:

$$P_f = P_p + P_a$$

$$P_f = P_p + 0,02 P_p$$

La pressione della pittura è

$$P_p = \rho_p g h_p$$

La pressione dell'acqua è il 2% di quella della pittura:

$$P_a = 0,02 P_p = 2 \cdot 10^{-2} \rho_p g h_p$$

L'altezza  $h_a$  dello strato d'acqua aggiunta genera la pressione  $P_a$ , quindi:

$$P_a = \rho_a g h_a \Rightarrow h_a = \frac{P_a}{\rho_a g}$$

Il volume d'acqua aggiunto nel bidone di raggio  $r$  e area  $A$  è

$$V = A h_a = \pi r^2 h_a = \pi r^2 \frac{P_a}{\rho_a g}$$

**Risultati numerici**

$$h_p = 40 \text{ cm} = 4,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$\rho_p = 1,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$r = 30 \text{ cm} = 3,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$\rho_a = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$h_a = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$P_a = 2 \cdot 10^{-2} (1,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (9,8 \text{ m/s}^2) (4,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}) = 1,3 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

$$V = 3,14 (3,0 \cdot 10^{-1} \text{ m})^2 \frac{1,3 \cdot 10^2 \text{ Pa}}{(1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (9,8 \text{ m/s}^2)} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 3,7 \text{ l}$$

- 33** Per preparare una bibita un ragazzo aggiunge acqua in un bicchiere di sezione  $28 \text{ cm}^2$  che contiene 50 mL di uno sciroppo di densità relativa 1,2. La pressione relativa sul fondo triplica.
- Calcola il volume della bibita ottenuta.
  - Verifica che la pressione in fondo al bicchiere è uguale quando i due liquidi sono stratificati e quando sono miscelati. [0,17 L]

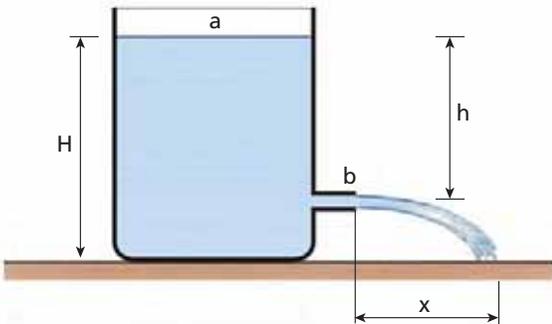
- 34** Un aereo, al cui interno è mantenuta una pressione dell'aria uguale a quella presente al livello del mare, sta volando alla quota di  $5,5 \cdot 10^3 \text{ m}$  rispetto al livello del mare. Il portellone dell'aereo misura 2,0 m di altezza e 1,0 m di larghezza.
- Calcola la forza che deve esercitare il meccanismo di trattenuta del portellone dell'aereo. [1,0 · 10<sup>5</sup> N]

**64** Una fontana, progettata per spingere in aria un getto d'acqua alto 12 m, a livello del suolo ha una strozzatura di 1,0 cm di diametro. Il tubo che collega la pompa alla fontana ha un diametro di 2,0 cm.  
 ► Calcola la pressione della pompa trascurando la viscosità dell'acqua. [2,5 · 10<sup>5</sup> Pa]

**65** Nei palazzi con riscaldamento centralizzato la caldaia solitamente è posta al piano terra. Considera che l'acqua calda prodotta da una di queste caldaie sia pompata alla velocità di 0,30 m/s attraverso un tubo di diametro 3,5 cm e a una pressione di 3,2 · 10<sup>5</sup> Pa. Il tubo di arrivo al primo piano, di altezza 2,5 m da terra, ha un diametro di 3,0 cm.  
 ► Determina la velocità e la pressione dell'acqua calda quando arriva al primo piano. [0,41 m/s; 3,0 · 10<sup>5</sup> Pa]

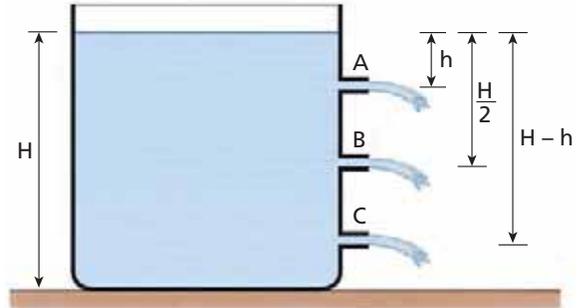
**66** Il tubo di un oleodotto è posto a 50 cm dal suolo. La sua sezione misura 3,0 dm<sup>2</sup>, la pressione è di 2,1 · 10<sup>5</sup> Pa e la velocità del petrolio (densità 0,84 g/cm<sup>3</sup>) è di 8,0 m/s. Per oltrepassare un canale, il tubo sale a 1,5 m dal suolo e presenta un allargamento dove la pressione è di 1,9 · 10<sup>5</sup> Pa. Considera il petrolio un fluido ideale.  
 ► Qual è la sezione in corrispondenza dell'allargamento del tubo? [3 dm<sup>2</sup>]

**67** Un grande recipiente ha un'apertura a una distanza  $h$  sotto la superficie dell'acqua, costituita da un piccolo tubo, come è mostrato in figura.  
 ► Calcola la distanza  $x$  raggiunta dall'acqua che sgorga dal recipiente. [ $2\sqrt{h(H-h)}$ ]



**68** Considera un recipiente molto grande da cui esce l'acqua attraverso i tre fori A, B e C. Supponi che l'acqua nel contenitore si comporti come un liquido ideale e che il livello dell'acqua nel recipiente non diminuisca in modo apprezzabile nel tempo. Utilizzando anche il risultato dell'esercizio precedente, dimostra che:

- i getti dei fori A e C toccano il suolo nello stesso punto.
- la gittata massima dell'efflusso è quella dal foro B. (Suggerimento: la parabola di equazione  $y = x(a-x)$  ha il vertice in corrispondenza dell'ascissa  $x = a/2$ ).



**69** In una enoteca è presente una botte alta  $h$  e di sezione  $S_1$ . Alla base della botte c'è un piccolo rubinetto di sezione  $S_2$ . Supponi che  $S_1 \gg S_2$ .  
 ► Calcola la velocità di uscita del vino dal rubinetto.  
 ► Calcola la velocità d'uscita senza fare ricorso ad alcuna approssimazione. [ $v = \sqrt{2gh}$ ;  $S_1 \sqrt{2gh/(S_1^2 - S_2^2)}$ ]

## 8 Viscosità e tensione superficiale

**70 QUANTO?**  
 ► Un condizionatore assicura un flusso d'aria a 20 °C di 8 m<sup>3</sup>/s in un condotto cilindrico di raggio 0,2 m e lungo 10 m.  
 ► Quanto vale la differenza di pressione fra gli estremi del condotto? [0,2 Pa]

**71** Considera un tubo orizzontale avente diametro interno 2,0 mm e lunghezza 30 cm dove scorre acqua a 0,25 mL/s. La viscosità dell'acqua è 1,0 mPa · s.  
 ► Calcola la differenza di pressione necessaria per avere questa corrente fluida. [1,9 · 10<sup>2</sup> Pa]

**72** Fai riferimento al tubo dell'esercizio precedente.  
 ► Calcola il diametro di un tubo che abbia una portata doppia e la stessa differenza di pressione. [2,4 mm]

**73** Il sangue che scorre in un capillare lungo 1,0 mm del sistema circolatorio umano impiega 1,0 s per



giunte non era possibile utilizzare aria, ma era necessario un fluido incompressibile.

- Determina quanta benzina fu necessaria per mantenere neutra la sfera in acqua (trascura tutte le masse dello scafo eccetto la sfera). [26 m<sup>3</sup>]

### 88 Si divide, si divide, si divide...

Il sangue viene pompato dal cuore nell'aorta, che ha un diametro interno di circa 18 mm, con una velocità media di 33 cm/s.

- Calcola la portata del cuore.

L'aorta si divide poi in 32 arterie principali, che hanno tutte circa la stessa dimensione (4 mm di raggio interno).

- Qual è la velocità del sangue in queste arterie? Le arterie si suddividono ancora più volte fino ai capillari. Si stima che la sezione totale di tutti i capillari sia 0,25 m<sup>2</sup>.
- Determina la velocità del sangue nei capillari, dove i globuli rossi scambiano ossigeno e anidride carbonica con le cellule.

[84 μm<sup>2</sup>/s; 5,2 cm/s; 0,34 mm/s]

### 89 Chiatta sotto esame

Le chiatte sono imbarcazioni dal fondale piatto utilizzate nel trasporto fluviale. La potenza necessaria a mantenerle in movimento viene spesa per contrastare l'attrito viscoso dell'acqua e l'attrito idrodinamico. Una chiatta naviga su un fiume (temperatura 20 °C) alla velocità di 7 m/s e ha una superficie dello scafo pari a 80 m<sup>2</sup>. Il fiume è profondo 2,5 m.



- Calcola la potenza necessaria a bilanciare il solo attrito viscoso.
- Quale componente di attrito è dominante nel moto della chiatta? [1,6 W; l'attrito idrodinamico]

### 90 Prove di immersione

La capacità polmonare umana è circa 6 L e durante l'espiazione riusciamo a emettere al massimo circa 4,8 L d'aria. Una persona di 75 kg immersa in acqua di mare ( $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$ ), dopo aver espirato, affonda. Trascura la variazione di volume dei polmoni dovuta alla pressione dell'acqua.

- Calcola la densità del corpo umano quando i polmoni sono riempiti d'aria.
- Determina la spinta idrostatica con i polmoni pieni d'aria.
- Qual è il peso che dovrebbe portarsi dietro per rimanere sul fondo? [0,96 t/m<sup>3</sup>; 0,78 kN; 5 kg]

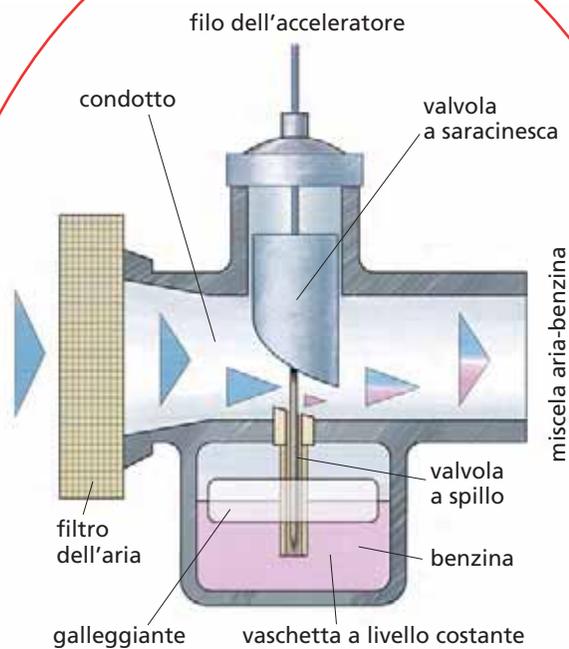
### 91 C'erano un tempo i motori aspirati...

Il cilindro di un motore a quattro tempi compie una aspirazione (riempimento del cilindro con miscela aria-benzina) ogni 2 giri dell'albero motore.

- Se la cilindrata di un motore a quattro tempi monocilindrico (volume totale del cilindro) è di 200 cm<sup>3</sup>, calcola la velocità media dell'aria nel condotto di aspirazione di diametro 4,0 cm quando il motore gira a 3500 giri/min. [4,6 m/s]

### 92 ... e l'iniezione elettronica era ancora da venire

In figura è illustrato un carburatore di tipo motociclistico. Il flusso d'aria che alimenta i cilindri viene fatto passare per una strozzatura del condotto di aspirazione. In questa strozzatura si trova un piccolo forellino, in comunicazione con una vaschetta piena di benzina. A causa della strozzatura la velocità del fluido aumenta e la pressione diminuisce: in questo modo la benzina viene aspirata da una

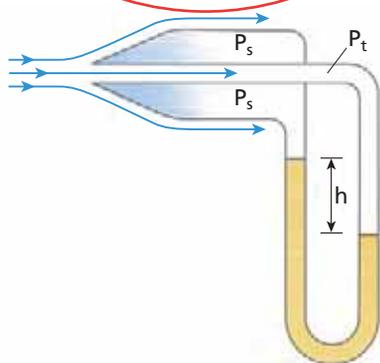


vaschetta collocata 5 cm sotto la strozzatura e miscelata al flusso d'aria.

- Calcola quanto deve essere la strozzatura minima affinché la benzina venga aspirata, utilizzando anche i dati ottenuti dall'esercizio precedente. [1,8 cm]

### 93 Il tubo di Pitot

Per misurare la velocità del flusso di un fluido si utilizza un dispositivo noto come *tubo di Pitot*. Un



tubo di Pitot è fornito di due prese di pressione, una all'estremità anteriore, disposta perpendicolarmente alla corrente (presa totale, ovvero la pressione  $P_t$  misurata dopo aver fermato il flusso), e una sul corpo del tubo, disposta tangenzialmente al flusso (presa statica che misura la pressione  $P_s$ ).

- Determina la velocità del fluido dalla differenza tra queste due pressioni, ottenibile con l'utilizzo di un manometro differenziale.  $[v = \sqrt{2(P_t - P_s)/\rho}]$

## L'ARTE DELLA STIMA

### 94 Forza, equilibrio e... pressione

Le ballerine di danza classica mantengono l'equilibrio sulla punta dei piedi (praticamente solo sull'alluce) per tempi relativamente lunghi. Nonostante la loro taglia minuta (circa 45-50 kg) la pressione sull'osso dell'alluce è piuttosto alta.

- Stima la pressione a cui è sottoposta la punta dell'alluce.  $[4 \cdot 10^5 \text{ Pa}]$



### 95 Improbabile finale...

Nella scena finale del film *Alien - La clonazione* l'alieno viene «risucchiato» nello spazio esterno attraverso un minuscolo forellino formatosi nello scafo dell'astronave.

- È verosimile?
- Stima la forza che agisce su un foro di  $1 \text{ cm}^2$ .

[No; 10 N]

### 96 Pressione esplosiva

Secondo uno studio della Drexel University di Filadelfia, quando si starnutisce l'aria raggiunge la velocità di 320 km/h.

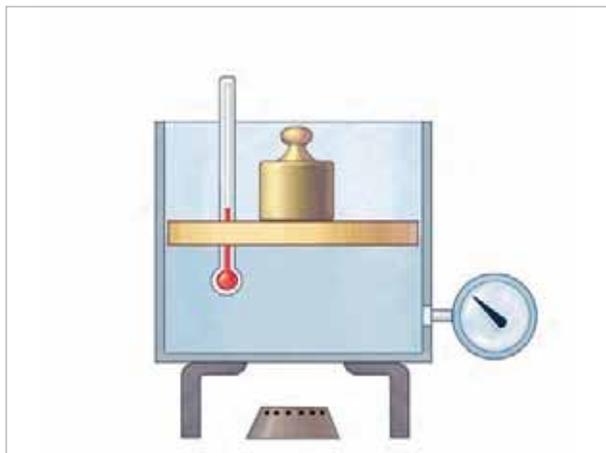
- Stima la differenza di pressione massima rispetto all'esterno raggiunta dall'aria nei polmoni.

$[5 \cdot 10^3 \text{ Pa}]$

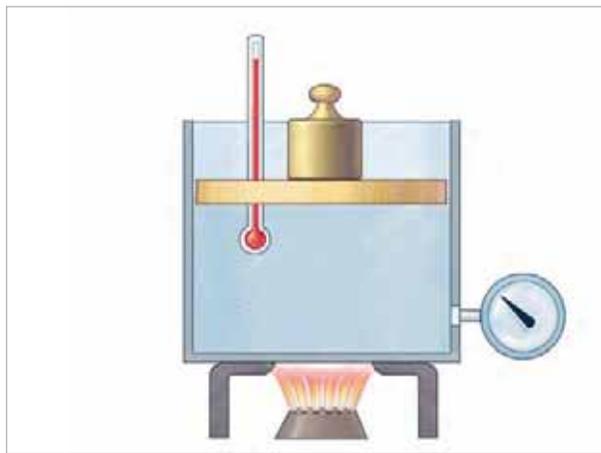


Serhiy Kobayakov / Shutterstock

**1** Si fissa la pressione esterna e si fa variare la temperatura del gas: per ogni temperatura di equilibrio raggiunta dal gas si misura il corrispondente volume.



**2** Lo stantuffo mobile assicura che la pressione del gas rimanga costante durante l'esperimento e uguale alla pressione esterna.



La legge sperimentale che si deriva è nota come **prima legge di Gay-Lussac**, dal nome di uno dei fisici che la studiò nei primi anni dell'Ottocento:

il volume di una data massa di gas mantenuto a pressione costante varia in modo lineare con la temperatura:

$$V = V_0(1 + \alpha T) \quad (9)$$

dove:

- $V$  è il volume del gas alla temperatura  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ );
- $V_0$  è il volume del gas a  $0$   $^{\circ}\text{C}$ ;
- $\alpha$  è il coefficiente di dilatazione volumica del gas.

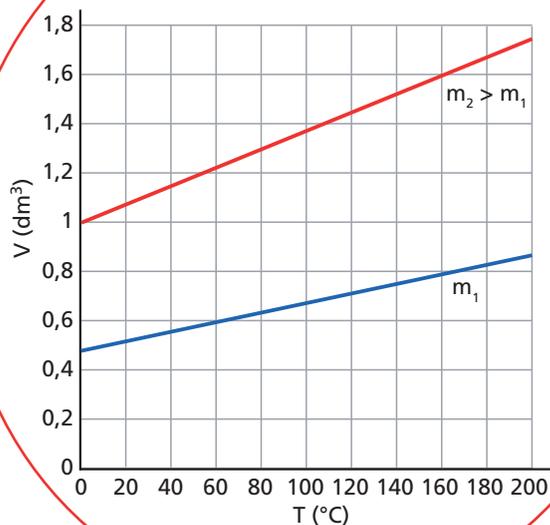
## DENTRO LA LEGGE

- La (9) è una relazione empirica che vale con approssimazione tanto migliore quanto più il gas è rarefatto, cioè la sua densità è bassa.
- La (9) è applicabile solo quando la temperatura del gas è superiore a quella in cui il gas diventa liquido.
- Fissate la massa di gas e la pressione a cui si effettua l'esperimento, il grafico della (9) è una retta (figura a lato).
- La variazione relativa di volume è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \alpha \Delta T$$

- Il coefficiente di dilatazione volumica è praticamente uguale per tutti i gas molto rarefatti e vale

$$\alpha = \frac{1}{273,15} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$$



Il prodotto  $uN_A$  vale

$$uN_A = (1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg})(6,02214 \cdot 10^{23}) = 1,000 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 1,000 \text{ g}$$

quindi

$$M = p(1,000 \text{ g})$$

massa di 1 mol = (peso atomico)(grammi)

ossia

la massa in grammi di una mole di una sostanza è uguale al suo peso atomico (o molecolare).

Il numero di Avogadro rappresenta quindi un fattore di conversione tra proprietà macroscopiche, legate alla massa di una sostanza, e proprietà microscopiche, connesse al numero di atomi o molecole della sostanza. Mediante una semplice misurazione della massa siamo in grado di ottenere un'informazione che diversamente ci è preclusa: il numero di particelle di un dato campione di sostanza.

### QUANTO? Un pizzico di sale

Il sale da cucina è cloruro di sodio (NaCl) che ha peso atomico  $23u + 35u = 58u$ ; una mole di NaCl ha quindi una massa di 58 g. Quando condisci l'insalata con un pizzico di sale (circa 0,5 g) aggiungi una piccola frazione di mole

$$\frac{5 \cdot 10^{-1} \text{ g}}{58 \text{ g}} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

che però contiene un numero enorme di molecole

$$(9 \cdot 10^{-3} \text{ mol})(6,02214 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 5 \cdot 10^{21}$$

Se fossero grandi come palline da tennis (volume  $3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ ) occuperebbero un volume pari a

$$(5 \cdot 10^{21})(3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3) = 1,5 \cdot 10^{17} \text{ m}^3$$

circa 40 volte il volume del Mediterraneo ( $4 \cdot 10^{15} \text{ m}^3$ )!



Stocknapper / Shutterstock

## L'equazione di stato di $n$ moli di gas perfetto

Si verifica sperimentalmente che

alla pressione  $P_0 = 1,0132 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e alla temperatura  $T_0 = 273,15 \text{ K}$ , una mole (1 mol) di gas perfetto occupa un volume pari a  $2,24124 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ .

Per una mole di gas il membro di destra dell'equazione di stato (16) diventa quindi

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{(1,0132 \cdot 10^5 \text{ Pa})(2,2414 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3)}{273,15 \text{ K}} = 8,314 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$$

19 **ESEMPIO**

Una boccia di vetro pirex ( $\alpha_p = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ) da 1,0 l è riempita d'acqua, con  $\alpha_a = 2,07 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , fino all'orlo, alla temperatura di 8 °C.

► Quanta acqua fuoriesce dalla boccia di vetro se aumenti la temperatura fino a 28 °C?

■ **RISOLUZIONE**

Con l'equazione (5) calcoliamo le variazioni di volume  $\Delta V_p$  della boccia e  $\Delta V_a$  dell'acqua.

$$\Delta V_p = \alpha_p V_i \Delta T$$

$$\Delta V_a = \alpha_a V_i \Delta T$$

La quantità d'acqua  $\Delta V_{af}$  che fuoriesce dalla boccia è data dalla differenza fra  $\Delta V_a$  e  $\Delta V_p$ :

$$\Delta V_{af} = \Delta V_a - \Delta V_p = (\alpha_a - \alpha_p) V_i \Delta T$$

■ **Risultato numerico**

$$\alpha_p = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\alpha_a = 2,07 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$V_i = 1,0 \text{ l}$$

$$T_1 = 8 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 28 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta V_{af} = (2,07 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} - 0,10 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})(1,0 \text{ l})(20 \text{ }^\circ\text{C}) = 39 \cdot 10^{-4} \text{ l} = 3,9 \text{ ml}$$

**20** Un cilindro graduato di vetro è riempito fino all'orlo con alcol ( $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ) alla temperatura di 25 °C. La temperatura diminuisce fino a 5 °C.

► Calcola la percentuale di volume del cilindro che rimane vuoto, trascurando la contrazione della bottiglia di vetro. [2,2%]

**21** Risolvi il problema precedente considerando anche la contrazione del contenitore. [2,18%]

**22** Un'automobile ha un serbatoio d'acciaio con una capienza di 60 L, riempito fino all'orlo con benzina alla temperatura di 10 °C. Il coefficiente di dilatazione volumica della benzina è  $\alpha = 0,90 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . L'automobile è parcheggiata al sole e la temperatura aumenta fino a 25 °C.

► Valuta quanta benzina trabocca dal serbatoio, tenendo conto anche della sua dilatazione. [0,78 L]

**23** Una bottiglietta da 300 mL è riempita con alcol etilico alla temperatura di 0 °C ( $\rho = 0,81 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) e, se viene portata alla temperatura di 70 °C, fuoriescono 19 g di alcol.

► Qual è la densità dell'alcol a 70 °C?  
► Trascurando la dilatazione della bottiglia, de-

termina il coefficiente di dilatazione volumica dell'alcol. [0,75 · 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>; 1,1 · 10<sup>-3</sup> °C<sup>-1</sup>]

**24** Un pendolo, realizzato con un'asta di ottone, ha una frequenza di 0,70 Hz quando si trova a temperatura di 0 °C. Viene portato in una stanza dove la temperatura è di 30 °C.

► Quante oscillazioni compie, in più o in meno, al giorno? [17 in meno]

4 **Le leggi dei gas**5 **La temperatura assoluta e il termometro a gas****25** **QUANTO?**

Considera una bomboletta spray che contiene un gas a una pressione di 2 atm a temperatura ambiente. Il contenitore regge fino a 6 atm.

► Quale temperatura può raggiungere la bomboletta? [≈ 600 °C]

**26** **QUANTO?**

Nobile sorvolò il Polo Nord a bordo del dirigibile Italia. Il volume del dirigibile alla partenza dall'Italia, alla temperatura di 30 °C, era di  $2 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ .

**39** Un recipiente di 16 L è diviso in due parti, *A* e *B*, da un setto mobile verticale ed è riempito con azoto alla stessa temperatura. Nella parte *A* la pressione del gas è 1,7 atm mentre nella parte *B* è 3,4 atm. Si estrae il setto e l'azoto occupa tutto il volume.

▶ Determina la pressione finale. [2,6 · 10<sup>5</sup> Pa]

**40** Un gas è contenuto in un cilindro di volume pari a 0,300 m<sup>3</sup> munito di stantuffo, che si trova a un'altezza di 70,0 cm dal fondo e a una pressione di 1,30 · 10<sup>5</sup> Pa. Si mette sullo stantuffo una massa di 573 kg e la pressione del gas aumenta. La temperatura rimane costante durante la trasformazione.

▶ A quale pressione finale è soggetto il gas?  
 ▶ A quale altezza dal fondo si trova lo stantuffo?  
 [1,43 · 10<sup>5</sup> Pa; 63,7 cm]

## 6 L'equazione di stato del gas perfetto

### 41 QUANTO?

Nello spazio intergalattico, dove la temperatura è di circa 3 K, c'è una molecola di idrogeno ogni metro cubo.

▶ Quanto vale la pressione? [4 · 10<sup>-23</sup> Pa]

### 42 QUANTO?

Una mole di gas si trova a una temperatura di -10 °C e a una quota di 5000 m, dove la pressione è metà di quella atmosferica a livello del mare.

### 47 ESEMPIO

I gessi utilizzati a scuola sono composti da solfato di calcio, CaSO<sub>4</sub>, la cui molecola è formata da un atomo di calcio (peso atomico 40), uno di zolfo (peso atomico 32) e quattro di ossigeno (peso atomico 16). La densità del solfato di calcio è  $\rho = 3,0 \text{ g/cm}^3$ . Un gessetto ha un raggio di 0,50 cm e una lunghezza di 6,0 cm.

▶ Calcola il numero di moli contenute nel gessetto.

#### ■ RISOLUZIONE

Calcoliamo la massa totale  $m_t$  del solfato di calcio contenuta nel gessetto:

$$m_t = \rho V$$

Calcoliamo il peso molecolare  $m_{\text{CaSO}_4}$  del composto CaSO<sub>4</sub>, dato dalla somma dei pesi atomici di tutti gli atomi che compongono la molecola:

$$m_{\text{CaSO}_4} = m_{\text{Ca}} + m_{\text{S}} + 4 m_{\text{O}}$$

Il numero di moli è dato dal rapporto tra la massa totale e il peso molecolare di una molecola:

$$n = \frac{\rho V}{m_{\text{CaSO}_4}}$$

▶ Quanto vale il volume occupato dal gas? [ $\approx 40 \text{ l}$ ]

**43** La massa di una sterlina inglese d'oro (peso atomico 197) è di 7,99 g.

▶ Quante moli sono contenute in una sterlina?  
 ▶ Quanti atomi? [4,06 · 10<sup>-2</sup> moli; 2,44 · 10<sup>22</sup> atomi]



**44** Una pompa a diffusione d'olio permette di ottenere una pressione minima di 1,3 · 10<sup>-6</sup> Pa. Considera 1,0 cm<sup>3</sup> di gas a questa pressione e a 300 K.

▶ Quante molecole di gas contiene? [3,1 · 10<sup>8</sup>]

**45** Un bambino gioca a fare le bolle di sapone in una giornata estiva a 30 °C in riva al mare. Una delle sue bolle ha un raggio di 2,5 cm.

▶ Quante molecole di aria sono contenute nella bolla? [1,6 · 10<sup>21</sup>]

**46** Considera il problema precedente.

▶ Quante molecole di ossigeno sono contenute nella bolla? [3,4 · 10<sup>20</sup>]

**52** Un recipiente da 50 L contiene 400 g di argon (peso atomico 39,9 u) a una temperatura di 22 °C.

► Calcola la pressione del gas.

Successivamente la temperatura è mantenuta costante e si comprime il gas finché non occupa un volume di 25 L.

► Qual è la pressione finale? [4,9 · 10<sup>5</sup> Pa; 9,8 · 10<sup>5</sup> Pa]

**53** Un tubo fluorescente di raggio 1,00 cm e lunghezza 20,0 cm è a una temperatura di 300 K e contiene gas neon, il cui peso atomico è 20,2 a una pressione di 1,00 atm.

► Determina il numero di atomi contenuti nel tubo.

► Di quanto aumenta la pressione quando il tubo è acceso e raggiunge i 330 K?

[1,53 · 10<sup>21</sup> atomi; 111 kPa]

**54** Un gas è racchiuso in una bombola d'acciaio a una temperatura di 20 °C e a una pressione di 5,0 atm. La bombola viene immersa in acqua bollente e si attende che raggiunga l'equilibrio termico.

► Che pressione raggiunge il gas in questo stato? Mantenendo la bombola immersa a 100 °C, si lascia sfuggire il gas finché la pressione non torna a 5,0 atm.

► Calcola la frazione di gas, in peso, che è fuoriuscita.

La temperatura del gas rimasto nella bombola è riportata a 20 °C.

► Qual è la pressione finale?

[6,4 · 10<sup>5</sup> Pa; 0,21; 4,0 · 10<sup>5</sup> Pa]

**55** Un recipiente contiene 50,0 L di un gas a 10 °C e a 100 kPa. La pressione aumenta fino a 120 kPa e il gas occupa un terzo in più del volume iniziale.

► Calcola il numero di moli del gas.

► Determina la sua temperatura finale.

[2,13 moli; 452 K]

**56** Un recipiente di 10 L contiene gas a 0 °C e alla pressione di 4,0 atm.

► Quante moli di gas sono contenute all'interno del recipiente?

► E quante molecole? [1,8 moli; 1,1 · 10<sup>24</sup>]

**57** Una mole di gas è alla pressione di 1,0 atm e alla temperatura di 300 K.

► Calcola il volume del gas.

Il gas si espande a temperatura costante fino a raddoppiare il suo volume iniziale.

► Determina la nuova pressione.

► Traccia un grafico di  $P$  in funzione di  $V$  per quest'ultima trasformazione isoterma.

[25 · 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>; 0,50 · 10<sup>5</sup> Pa]

**58** Un recipiente sferico di raggio 12 cm contiene 2,0 moli di gas a 293 K.

► Determina la pressione all'interno del recipiente.

► Calcola il numero di molecole.

[6,7 · 10<sup>5</sup> Pa; 1,2 · 10<sup>24</sup>]

**59** Una stanza ha dimensioni 6,0 m × 5,0 m × 3,0 m. La pressione è di 1,0 atm e la temperatura di 300 K.

► Qual è il numero di moli di aria nella stanza?

La temperatura aumenta di 5 K e la pressione resta costante.

► Quante moli di aria escono dalla stanza?

[≈ 3700; 60]

**60** Durante un safari in Kenya, la pressione assoluta delle gomme della jeep al mattino presto, con una temperatura di 12 °C, è 2,3 atm. Al pomeriggio, quando si raggiunge la temperatura più alta, la pressione sale a 2,6 atm.

► Valuta la temperatura raggiunta, assumendo che la dilatazione delle gomme sia trascurabile.

[49 °C]

**61** Supponi che un pneumatico della jeep dell'esercizio precedente abbia un volume di 18 L e sia gonfiato con aria (per semplicità considera 21% di ossigeno e 79% di azoto).

► Quante moli di ossigeno e di azoto contiene?

► Quali sono le pressioni parziali dei due gas nel pomeriggio?

[0,37; 1,4; 5,5 · 10<sup>4</sup> Pa; 2,1 · 10<sup>5</sup> Pa]

**62** Una mongolfiera è composta da un pallone riempito di aria, che viene riscaldato mediante un brucia-



Tungphoto / Shutterstock

tore a gas a circa 130 °C, e da un cestello, a esso agganciato, in grado di contenere i passeggeri e le bombole per il gas. Il volume del pallone è circa 2500 m<sup>3</sup> e il volume del cestello è trascurabile. La mongolfiera si libra in volo orizzontale a pochi metri da una spiaggia in una mite giornata primaverile ( $T = 25\text{ °C}$ ).

- Calcola la massa delle parti solide (cestello, tessuto del pallone, passeggeri e bombole).

[8,4 · 10<sup>2</sup> Kg]

**63** Un recipiente munito di pistone contiene 1,5 moli di gas alla pressione iniziale di 2,0 atm e alla temperatura iniziale di 300 K.

- Qual è il volume iniziale del gas?

Successivamente si lascia espandere il gas a temperatura costante finché la pressione non diventa 1 atm.

- Determina il nuovo volume.

Il gas viene compresso e riscaldato al tempo stesso finché il suo volume non torna al valore iniziale e la pressione si stabilizza a 2,5 atm.

- Che temperatura è stata raggiunta?

[19 dm<sup>3</sup>; 3,7 · 10<sup>-2</sup> m<sup>3</sup>; 3,7 · 10<sup>2</sup> K]

**64** Un gas ideale è contenuto in un cilindro di volume 5,0 · 10<sup>5</sup> cm<sup>3</sup> e munito di pistone, che si trova a un'altezza di 33 cm dal fondo, a una pressione di 2,0 · 10<sup>5</sup> Pa e a una temperatura di 280 K. Con un fornello si aumenta la temperatura e il volume del gas, mentre la pressione rimane costante. Si vuole aumentare l'altezza del pistone di 12 cm rispetto alla condizione iniziale.

- Calcola il numero di moli che sono contenute nel cilindro.

- Fino a quale temperatura deve essere riscaldato il gas?

[43; 382 K]

**65** Due moli di gas perfetto occupano un volume di 30,0 L alla pressione di 101 kPa.

- Determina la temperatura del gas.

Il recipiente è munito di un pistone in modo da variarne il volume. Si riscalda il gas a pressione costante ed esso si espande fino a occupare un volume di 40,0 L.

- Calcola la temperatura in gradi centigradi e in kelvin.

Il volume è tenuto costante a 40,0 l mentre si scalda il gas fino alla temperatura di 350 K.

- Che pressione si raggiunge?

[182 K; - 30 °C; 243 K; 145 kPa]

## PROBLEMI FINALI

### 66 Ferrovie in espansione

Le rotaie in uso sulla Rete Ferroviaria Italiana modello 60 UNI sono singole travi in acciaio ( $\lambda = 13 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ ) che, termosaldate tra loro, raggiungono una lunghezza minima di 200 m. L'escursione termica media tra gennaio e agosto nella pianura padana è di circa 22 °C.

- Calcola la variazione di lunghezza delle rotaie tra estate e inverno.

[57 mm]



Wikimedia Commons

### 67 Inspira, espandi, espira

Durante una inspirazione profonda riusciamo a introdurre circa 4 L di aria nei polmoni. Questo valore viene ottenuto misurando la quantità di aria che transita in ingresso dalla bocca a una temperatura di 16 °C. Trattenendola abbastanza a lungo, la sua temperatura raggiunge quella interna del corpo, pari a 37 °C. Considera l'aria un gas ideale.

- Quale volume è occupato dall'aria espirata? [4,3 L]

### 68 Il punto ideale

Un cubetto di ghiaccio ( $\rho = 0,917\text{ g/cm}^3$ ) galleggia in un bicchiere d'acqua.

- A quale temperatura la parte emersa è maggiore?

[4 °C]



Shutterstock

### 69 Un pessimo termometro

Fai riferimento all'esercizio precedente.

- Calcola la variazione relativa di volume della

parte emersa tra quando essa assume il valore massimo e quando l'acqua è a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  $[2 \cdot 10^{-3}]$

### 70 La fabbrica dell'aria

La fotosintesi clorofilliana è un insieme di reazioni chimiche attraverso le quali le piante producono il glucosio ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ) e forniscono come scarto l'ossigeno ( $\text{O}_2$ ). Il glucosio viene ottenuto partendo da biossido di carbonio ( $\text{CO}_2$ ), acqua ( $\text{H}_2\text{O}$ ) e luce solare. La massa atomica delle specie chimiche coinvolte è:  $\text{O} = 16$ ,  $\text{C} = 12$ ,  $\text{H} = 1$ . Una pianta ha prodotto  $15\text{ g}$  di glucosio.

- ▶ Quante moli di anidride carbonica e di vapore acqueo sono necessarie?
- ▶ Quante moli di  $\text{O}_2$  vengono prodotte?  
 $[\text{CO}_2 = 0,50\text{ mol}, \text{H}_2\text{O} = 0,50\text{ mol}; \text{O}_2 = 0,50\text{ mol}]$

### 71 Il cuore dello scaldabagno

Uno dei sensori di temperatura più semplici è quello che si trova nei comuni scaldabagno per l'acqua calda. Si tratta di una lamina composta da due metalli sovrapposti e saldati: con la variazione di temperatura i due metalli si espandono in modo differente, causando la curvatura della lamina, che, agendo da interruttore, spegne o accende il riscaldatore dell'acqua (figura). Una delle coppie che viene utilizzata è quella ottone-ferro ( $19 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ ,  $12 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ ). Le lamine hanno la stessa lunghezza a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . L'acqua in uno scaldabagno raggiunge facilmente i  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ Determina la differenza relativa tra le lunghezze delle facce della lamina.  
 $[3,5 \cdot 10^{-4}$ , causa il sollevamento di  $5\text{ mm}$  per una lamina lunga  $10\text{ cm}$  e spessa  $2\text{ mm}]$



### 72 Cocktail di gas

L'aria è una miscela di due gas principali, azoto ( $\text{N}_2$ ) e ossigeno ( $\text{O}_2$ ). Questi gas sono presenti in quantità relativa in massa pari a circa il 78% e il 21%. La molecola di azoto ha un peso atomico di  $28\text{ u}$ , mentre quella di ossigeno è di  $32\text{ u}$ .

- ▶ Determina la quantità relativa in moli dei due gas nell'aria.
- ▶ Calcolane le pressioni parziali.  
 $[\text{N}_2 = 81\%, \text{O}_2 = 19\%; \text{N}_2 = 8,1 \cdot 10^4\text{ Pa}, \text{O}_2 = 1,9 \cdot 10^4\text{ Pa}]$

### 73 Incastro spaziale

Dopo il lancio avvenuto nell'aprile 2011, Intelsat ha avuto un problema al satellite New Dawn. La missione del vettore si è completata alla perfezione, con

l'inserimento in orbita geostazionaria del satellite. Il problema è sorto al momento di aprire l'antenna Ovest, un paraboloide di alluminio che sulla Terra a temperatura ambiente misurava  $2,50\text{ m}$  di diametro. Dal controllo missione hanno cercato di capire se si trattava di un problema meccanico o un problema di mancata propagazione del comando di apertura verso gli attuatori. I tecnici hanno anche provato a sbloccare l'antenna mediante dilatazione termica, provocata dall'esposizione alternata al Sole e all'ombra, con una variazione di temperatura da  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $-170\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ Che variazione ha subito il diametro dell'antenna tra le due situazioni?  $[2,1\text{ cm}]$



### 74 Un trucco da meccanico

Per inserire le bronzine o i cuscinetti a sfera nelle loro sedi si ricorre spesso al trucco di scaldare la sede e raffreddare il cuscinetto in modo che quando i pezzi ritornano all'equilibrio termico rimangano saldamente incastrati. Un cuscinetto in acciaio di diametro  $100,05\text{ mm}$  deve essere inserito in una sede, sempre in acciaio, di diametro  $99,85\text{ mm}$ , misurati a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Il cuscinetto viene raffreddato a  $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ A quale temperatura minima deve essere portata la sede affinché avvenga l'incastro?  $[136\text{ }^{\circ}\text{C}]$

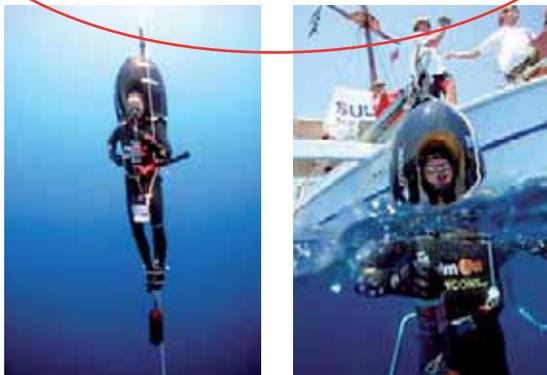


### 75 Una strizzata ai polmoni

Il 14 giugno 2007 nei mari della Grecia, Herbert Nitsch, ha raggiunto la profondità record di  $-214\text{ m}$  in una immersione in assetto variabile assoluto

(discesa con zavorra e risalita con pallone). Nitsch, che detiene numerosi altri record di apnea, deve queste sue straordinarie performance anche a una grande capacità polmonare, che è di ben 15 L.

- ▶ Calcola il volume dei polmoni di Nitsch alla profondità record da lui raggiunta. [0,67 L]



### 76 Lo zaffiro blu di Ceylon

Lo zaffiro è un ossido di alluminio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) con densità  $3,99 \text{ g/cm}^3$ . Come ogni pietra preziosa, deve il suo colore a particolari impurità chimiche presenti nella sua struttura. Lo zaffiro raffigurato è di 12 carati ma, prima di essere lavorato, era di ben 32 carati. Un carato equivale a una massa di 0,200 g. (masse atomiche:  $\text{Al} = 27u$ ,  $\text{O} = 16u$ ).

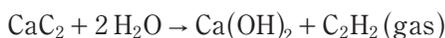
- ▶ Determina il numero di atomi di Al contenuti nello zaffiro.
- ▶ Che volume aveva lo zaffiro originale?

[ $2,83 \cdot 10^{22}$ ;  $1,60 \text{ cm}^3$ ]



### 77 La luce sottoterra

In passato nelle miniere erano molto utilizzate le lampade ad acetilene. Queste lampade si basano sulla reazione chimica che avviene combinando carburo di calcio e acqua; si ottiene idrossido di calcio ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) e gas acetilene ( $\text{C}_2\text{H}_2$ )



( $\text{Ca} = 40u$ ,  $\text{C} = 12u$ ,  $\text{H} = 1,0u$ ,  $\text{O} = 16u$ ). L'acetilene così prodotto viene poi bruciato, liberando una luce molto intensa. Tali lampade, per la loro grande affidabilità e autonomia, sono ancora utilizzate dagli speleologi.

- ▶ Calcola il volume dell'acetilene che si ottiene, a  $8^\circ\text{C}$  e a  $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , da 100 g di carburo di calcio.

[33 L]



### 78 Esperimenti al ritorno dalla gita

Un ragazzo si trova a Plateau Rosa (3500 m di quota,  $T = -15^\circ\text{C}$ ,  $P = 6,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ) dove beve il contenuto di un recipiente da 0,50 L, che, di conseguenza, si riempie di aria; poi lo chiude e torna a casa (sul livello del mare,  $T = 25^\circ\text{C}$ ).

- ▶ Quanto valgono pressione, temperatura e volume del gas all'interno del recipiente, se questo è una bottiglietta di plastica (morbida)?
- ▶ E se il recipiente è una bottiglia di vetro (pareti rigide)?
- ▶ E se è un thermos (rigido e ipoteticamente in grado di mantenere la stessa temperatura)?

[ $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $25^\circ\text{C}$ ,  $0,37 \text{ L}$ ;  $7,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ,  $25^\circ\text{C}$ ,  $0,50 \text{ L}$ ;  $6,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ,  $-15^\circ\text{C}$ ,  $0,50 \text{ L}$ ]

### 79 UFO? No! Palloni stratosferici

I palloni stratosferici sono aerostati in polietilene riempiti di elio che trasportano nella stratosfera un carico di strumenti scientifici. Alcuni modelli arrivano a circa 35 km di altezza dove hanno un diametro di circa 1000 m e un volume di  $1,5 \cdot 10^5 \text{ m}^3$ . Questi palloni vengono trasportati verso Est dalla circolazione dei venti di altissima quota per migliaia di chilometri. Avvistati da terra, danno immancabilmente luogo a segnalazioni di UFO a causa della brillantezza con cui riflettono la luce solare.

- ▶ Quali effetti provoca su un pallone l'alternarsi di luce solare e ombra?



A 35 km di quota, le condizioni dell'aria sono: temperatura  $T = 36$  K, pressione  $P = 53$  Pa. Supponiamo che il pallone venga lanciato da terra con  $T = 17$  °C e  $P = 1,0 \cdot 10^5$  Pa.

- ▶ Calcola il volume dell'elio al momento del lancio.  
[Il pallone aumenta la sua quota di giorno perché si dilata, mentre la diminuisce quando è in ombra;  $6,5 \cdot 10^2$  m<sup>3</sup>]

### 80 Nel cielo blu

Una mongolfiera moderna racchiude un volume di circa 3000 m<sup>3</sup> di aria a 15 °C, alla pressione di 1,0 atm e con la densità iniziale di 1,225 kg/m<sup>3</sup>. Considera l'aria un gas perfetto.

- ▶ Quale temperatura dovrebbe raggiungere l'aria, all'interno del pallone, per far sollevare la mongolfiera (massa totale 300 kg)? [41 °C]

### 81 Una sbronza subacquea

La narcosi d'azoto è un'insidiosa e pericolosa sindrome che può insorgere nelle persone che praticano attività subacquea. È stata anche definita «euforia da azoto» o «estasi da profondità», poiché gli effetti sul subacqueo sono simili a quelli da eccesso di alcol. Essa è causata dalla respirazione di aria con una pressione parziale di azoto troppo elevata. Il limite sicuro per immersioni utilizzando aria compressa (21% O<sub>2</sub> e 79% N<sub>2</sub>) è fissato a 39 m, mentre per immersioni più profonde si utilizzano miscele ossigeno-azoto più ricche di ossigeno, dette *nitrox*. Queste possono essere utilizzate fino a profondità dove la pressione parziale di ossigeno non superi le 1,6 atm, altrimenti creano problemi di tossicità. Per immersioni ancora più profonde occorre introdurre altri gas (come l'elio) nella miscela, che, in questo caso, viene detta *trimix*; in tal modo si riducono le pressioni parziali sia di O<sub>2</sub> sia di N<sub>2</sub>.

- ▶ Qual è la massima pressione critica di N<sub>2</sub> considerata sicura?
- ▶ Qual è la massima profondità sicura raggiungibile con una miscela *nitrox*, in modo da non superare nessuna delle due pressioni parziali critiche?



fronttekkyr / Shutterstock

- ▶ Determina la composizione di questa miscela.

[ $3,9 \cdot 10^5$  Pa; 45 m; O<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> = 30/70]

### 82 Le fibre del legno

Il coefficiente di espansione volumica di un corpo vale  $3\lambda$  solo nel caso in cui tale corpo sia isotropo, ossia se tutti gli assi geometrici del materiale sono equivalenti. Questo non vale, per esempio, nel legno; infatti le fibre sono orientate lungo l'asse del tronco e non sparpagliate in tutte le direzioni. I coefficienti di dilatazione termica del legno, lungo le direzioni parallela e ortogonale delle fibre, valgono rispettivamente  $58 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup> e  $4 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>.

- ▶ Quanto vale il coefficiente di dilatazione della sezione del tronco?
- ▶ E quanto il coefficiente di dilatazione volumica del legno?
- ▶ Qual è il rapporto tra l'allungamento relativo e la variazione di sezione relativa di un albero per una variazione di temperatura generica?

[ $8 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>,  $66 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>; 7,25]



Brockbird / Shutterstock

### 83 Il termometro bandito

A partire dal 3 aprile 2009 sono diventati fuorilegge i termometri a mercurio ( $\alpha = 1,82 \cdot 10^{-4}$  K<sup>-1</sup>) a causa dell'elevata tossicità di questo metallo. Uno dei liquidi sostitutivi è l'alcol ( $\alpha = 11,2 \cdot 10^{-4}$  K<sup>-1</sup>). La lunghezza dei nuovi termometri è identica a quelli vecchi (10 cm corrispondenti a circa 10 °C) e la capienza totale di liquido si può stimare in 10 mm<sup>3</sup>. La sezione del capillare deve quindi essere variata, per compensare il differente coefficiente di espansione.

- ▶ Calcola il diametro del capillare nei due casi.

[Hg =  $15 \cdot 10^{-6}$  m; alcol =  $38 \cdot 10^{-6}$  m]



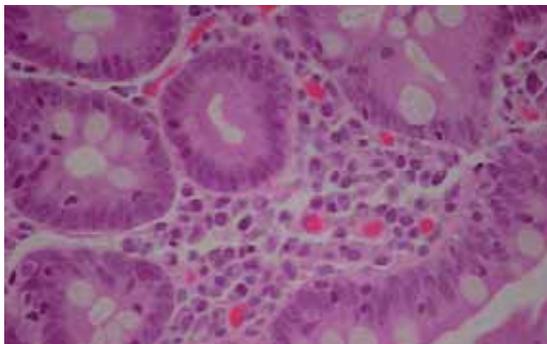
ajf / Shutterstock

## L'ARTE DELLA STIMA

### 84 Moltitudine cellulare

●●● La massa media di una cellula umana è di circa  $10^{-9}$  g.

► Stima le moli di cellule di un corpo umano. [ $10^{13}$ ]



biologypaper.com

### 85 Che mole!

●●● Il nostro Sole è composto per il 74% da idrogeno e per il 24% da elio.

► Stima il numero di moli di atomi che sono presenti nel Sole. [ $2 \cdot 10^{33}$  mol]



cellidomiti.it

### 86 Contrazione nello Spazio

●●● Gli Space Shuttle hanno terminato le loro missioni a giugno 2011. Sono stati un veicolo innovativo per l'esplorazione spaziale, in grado di portare carichi relativamente grossi e di essere riutilizzati in varie missioni. La loro lunghezza era circa 37 m. Quando una navicella attraversa il cono d'ombra della Terra, la sua temperatura esterna scende velocemente in quanto l'unica fonte di calore è la luce solare.

► Stima l'accorciamento dello Space Shuttle in questa situazione. [ $10^{-1}$  m]



the-wallpaper.org

### 87 Il potere nelle mani

●●● Un comune bicchiere, avente un'altezza di 6 cm e una base di  $40 \text{ cm}^2$ , viene riempito completamente di acqua ( $\alpha = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ) fino all'orlo, a temperatura ambiente ( $21 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Il bicchiere viene successivamente scaldato a contatto con la mano.

► Stima la quantità d'acqua che fuoriesce.

[ $0,76 \text{ cm}^3$ ]

### 88 Pressione in gara

●●● Durante una gara di MotoGP le gomme raggiungono la temperatura di lavoro di circa  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ . Per semplicità considera il gas come se fosse ideale.

► Stima la variazione percentuale di pressione rispetto alla gomma fredda.

[20%]

### 89 Il prof. si dilata...

●●● La febbre è la reazione del corpo a una infezione: l'aumento di temperatura interna ha lo scopo di uccidere gli invasori. Un professore ha una massa di 75 kg e durante un'influenza la sua temperatura corporea aumenta di circa  $2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

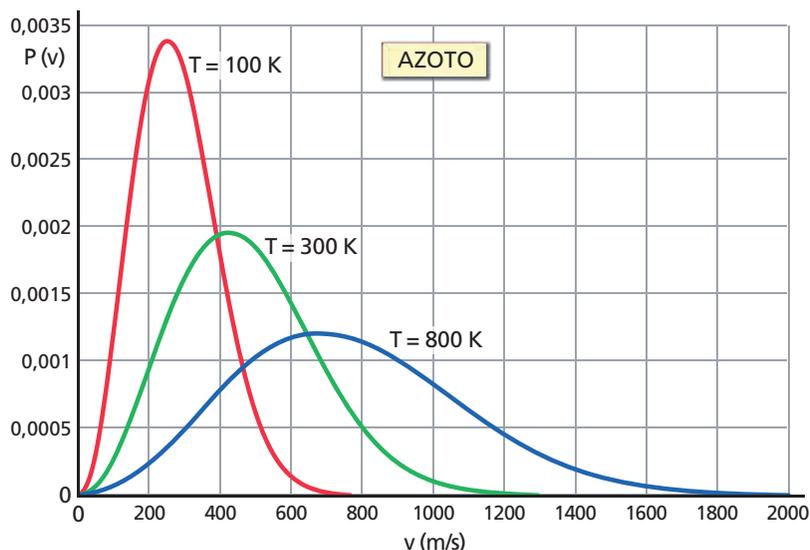
► Stima di quanto aumenta il volume della massa corporea. [ $10^{-1}$  L]

### 90 Il viaggio di una bolla

●●● In una pinta di birra a  $7 \text{ }^\circ\text{C}$  si forma una bollicina di  $\text{CO}_2$ . Dopo essere cresciuta abbastanza e aver raggiunto  $10^{-7}$  moli di molecole, si stacca iniziando a risalire e raggiungendo infine la superficie.

► Stima il volume della bollicina sul fondo.

► Stima la variazione relativa tra volume finale e volume iniziale. [ $2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$ ; 2%]

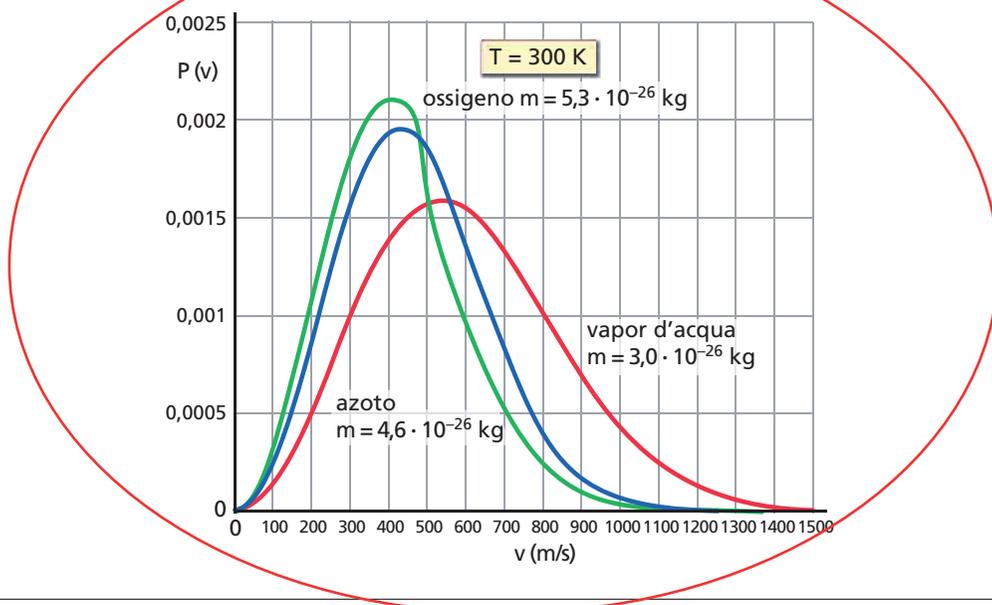


Notiamo che:

- se  $T$  è bassa, le molecole del gas hanno una energia cinetica media molto bassa e quindi velocità in media molto basse; il massimo della distribuzione si ha per una velocità  $v_p$  piccola, mentre è assai improbabile che una molecola abbia una velocità elevata; per questa ragione il massimo della curva è molto pronunciato;
- se  $T$  è elevata, le molecole del gas hanno una grande energia cinetica media, quindi è probabile che abbiano velocità elevate; la curva di distribuzione risulta più schiacciata perché  $v_p$  ha un valore grande e le velocità possibili si estendono per un intervallo di valori maggiore.

## Dipendenza dalla massa delle molecole

Molecole di gas diversi alla stessa temperatura hanno la stessa energia cinetica media. Le distribuzioni di velocità sono però diverse a causa della massa differente, come mostra il grafico seguente relativo ad alcuni gas presenti nell'aria.



**Esempio**

In 1 minuto un granello di polline di raggio  $1\ \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$ , immerso in acqua ( $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\ \text{Pa} \cdot \text{s}$ ) ferma a  $T = 20\ \text{°C}$ , si sposta in media di

$$\Delta x_{\text{qm}} = \sqrt{\frac{(1,38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K})(2,93 \cdot 10^2\ \text{K})}{3(3,14)(1 \cdot 10^{-3}\ \text{Pa} \cdot \text{s})(1 \cdot 10^{-6}\ \text{m})}} (6 \cdot 10\ \text{s}) = 5 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 5\ \mu\text{m}$$

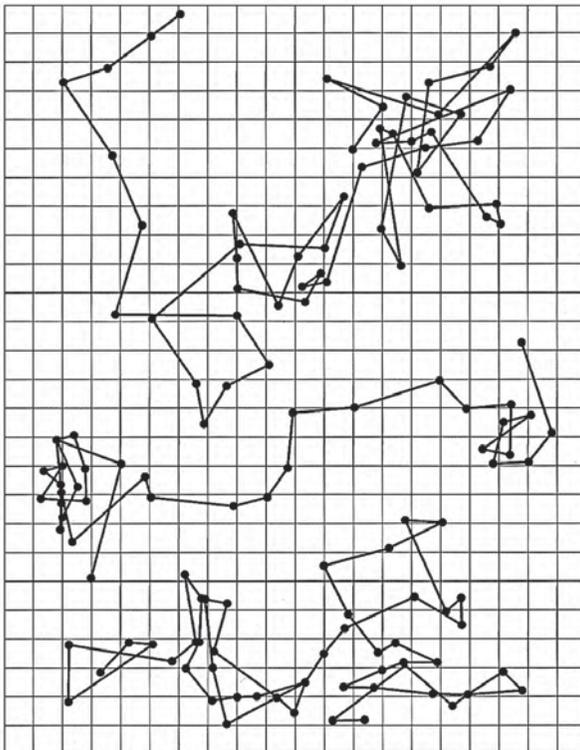
solo 5 volte il suo raggio. E pensare che in 1 minuto ha subito più di  $10^{22}$  urti!

## Il numero di Avogadro e la conferma della teoria microscopica della materia

Nella teoria microscopica della materia il numero di Avogadro  $N_A$  gioca un ruolo fondamentale, come dimostra il fatto che in tutte le formule più importanti compaiono  $N_A$  o la costante di Boltzmann  $k$ , che è il rapporto fra la costante dei gas  $R$  e  $N_A$ . Senza alcuna forzatura si può dire che il numero di Avogadro è la chiave che consente l'accesso al mondo degli atomi e delle molecole attraverso misure di tipo macroscopico.

Il suo valore non può essere previsto dalla teoria ma deve essere determinato sperimentalmente: una delle prime misure affidabili è stata condotta attorno al 1910 dal francese Jean Perrin (1870-1942), sfruttando proprio il risultato (27) della teoria di Einstein del moto browniano.

Dopo aver selezionato con grande cura particelle sferiche con raggi uguali, Perrin registra un grande numero di spostamenti di particelle in un dato intervallo di tempo, ne valuta lo spostamento quadratico medio e utilizza la relazione di Einstein (27) per calcolare  $N_A$ , ottenendo inizialmente valori compresi fra  $6 \cdot 10^{23}$  e  $7 \cdot 10^{23}$ , in ottimo accordo col valore oggi accettato di  $6,022142 \cdot 10^{23}$ . La figura mostra il moto di tre particelle osservate da Perrin.



Albert Einstein Archives

**21** Considera 1,0 L di ossigeno ( $O_2$ ) alla pressione di 30 bar.

► Calcola la sua energia interna.

$$[U = (5/2)PV = 7,5 \text{ kJ}]$$

**22** L'energia interna di un gas perfetto  $U$  è la somma delle energie di movimento delle molecole, sia cinetica sia di rotazione. Se scaldi un gas perfetto senza farlo espandere, l'energia che gli fornisci sotto forma di calore aumenta i valori medi di queste energie molecolari. Il rapporto tra la quantità di energia  $Q$  fornita a 1 mole di gas e il suo aumento di temperatura  $\Delta T$  si chiama *calore specifico molare a volume costante* ( $C_V$ ).

► Utilizzando le formule dell'energia interna, dimostra che per un gas monoatomico vale la relazione  $C_V = (3/2)R$ , mentre per un gas biatomico vale la relazione  $C_V = (5/2)R$ .

**23** Lo xenon è un gas monoatomico con massa atomica  $m_{Xe} = 131,3$  uma.

► Calcola il suo calore specifico a volume costante, riferito all'unità di massa.

$$[C_V = 95 \text{ J/(K} \cdot \text{kg)}]$$

**24** Il fluoro è un gas biatomico e ha massa molecolare  $m_{F_2} = 38,0$  uma.

► Determina il suo calore specifico a volume costante, riferito all'unità di massa

$$[C_V = 547 \text{ J/(K} \cdot \text{kg)}]$$

**25** Considera una miscela di 10 g di ossigeno ( $O_2$ ) e 10 g grammi di elio a temperatura ambiente.

► Quanto vale l'energia interna  $U$  della miscela?

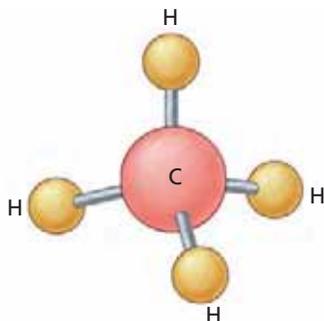
$$[11 \text{ kJ}]$$

**26** Dimostra che la pressione di un gas perfetto si può scrivere nella forma  $P = (1/3) d \langle v^2 \rangle$ , dove  $d$  è la densità del gas.

**27** Il metano ( $CH_4$ ) ha una molecola poliatomico tridimensionale.

► Nell'ipotesi che la molecola di metano sia rigida, qual è il calore specifico a volume costante del metano previsto dall'equipartizione dell'energia?

$$[C_V = 3R]$$



## 4 Il cammino libero medio

### 28 QUANTO?

Considera delle molecole di circa  $3 \cdot 10^{-10}$  m di diametro.

► A quale pressione occorre scendere per avere un cammino libero medio pari a circa 1 mm a temperatura ambiente? [10 Pa]

**29** Una bombola contiene elio; le molecole del gas hanno velocità media di  $9 \cdot 10^2$  m/s e cammino libero medio di 30 nm.

► Calcola quanti urti al secondo subisce in media una molecola. [30 · 10<sup>10</sup>]

**30** Nello strato limite della bassa atmosfera, posto a circa 100 km di quota, il cammino libero medio di una molecola è circa 15 cm. Considera molecole di circa  $3 \cdot 10^{-10}$  m.

► Qual è la densità molecolare dell'atmosfera a quella altezza? [2 · 10<sup>19</sup> molecole/m<sup>3</sup>]

**31** All'altezza di 45 km, la pressione atmosferica è circa 2 mbar e la temperatura è circa 300 K.

► Qual è il cammino libero medio delle molecole di ossigeno (diametro  $3 \cdot 10^{-10}$  m)? [0,05 mm]

**32** Nello spazio esterno al Sistema Solare, la densità di materia è così bassa che si misura in particelle per centimetro cubo. Supponi che in una data zona vi siano 3,0 atomi di idrogeno per cm<sup>3</sup>. Il diametro di un atomo di idrogeno è circa 0,1 nm.

► Calcola il cammino libero medio degli atomi di idrogeno.

► Confronta il dato ottenuto con la distanza Terra-Sole ( $1,5 \cdot 10^8$  km). [7,5 · 10<sup>11</sup> m]

**33** Dimostra che la frequenza media degli urti fra le molecole di un gas cresce con la radice quadrata della temperatura del gas.

$$[\text{Per la (18): } \langle v \rangle \propto 1/\tau, \text{ ma } \langle v \rangle \propto K^{1/2} \text{ e } 1/\tau = f]$$

34 **ESEMPIO** ●●●

Tra due urti successivi una molecola non percorre sempre un cammino  $\lambda$  ma, grazie al numero enorme di molecole, la lunghezza dei cammini manifesta una regolarità statistica. Indicando con  $P(l)$  la probabilità che il cammino fra due urti sia compreso tra  $l$  e  $dl$ , con  $dl$  molto piccolo, vale la seguente distribuzione di probabilità:

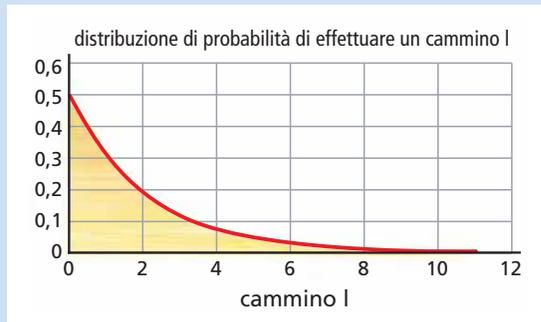
$$P(l) = \frac{1}{\lambda} e^{-l/\lambda}$$

dove  $\lambda$  è il cammino libero medio, cioè la media di questa distribuzione.

- ▶ Traccia il grafico di  $P(l)$  nel caso  $\lambda = 2$  e stabilisci il significato fisico dell'area sottesa dalla curva.
- ▶ Dimostra che  $e^{l_0/\lambda} P(l + l_0) = P(l)$ .
- ▶ Fornisci un'interpretazione fisica della precedente uguaglianza.

■ **RISOLUZIONE**

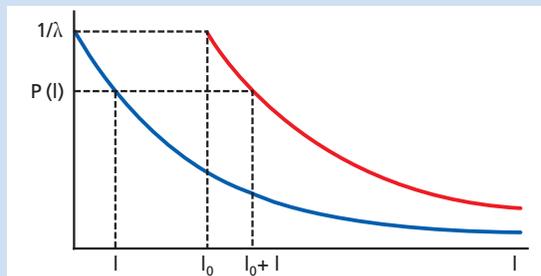
- ▶ La forma del grafico di  $P(l)$  è quella riportata in figura nel caso  $\lambda = 2$ . Non è necessario specificare le unità di misura del cammino  $l$ : basta indicare anche  $\lambda$  con le stesse unità. L'area in colore sotto la curva rappresenta la probabilità che la molecola effettui senza urti uno spostamento qualsiasi (cioè di lunghezza compresa fra 0 e  $\infty$ ). L'area in colore deve quindi essere uguale a 1.



- ▶ Sviluppando i calcoli a primo membro si dimostra l'uguaglianza:

$$\begin{aligned} e^{l_0/\lambda} P(l + l_0) &= \frac{1}{\lambda} \cdot e^{l_0/\lambda} e^{-(l+l_0)/\lambda} = \\ &= \frac{1}{\lambda} \cdot e^{l_0/\lambda} e^{-l/\lambda} e^{-l_0/\lambda} = \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-l/\lambda} = P(l) \end{aligned}$$

- ▶ La probabilità  $P'(l)$  che una molecola, dopo aver percorso un tratto  $l_0$ , percorra un ulteriore tratto  $l$  è uguale alla probabilità  $P(l)$  che una molecola percorra un tratto  $l$ . La probabilità che una molecola si sposti di un tratto  $l$  è indipendente dal cammino precedente.



curva blu  $P(l) = \frac{1}{\lambda} e^{-l/\lambda}$   
 curva rossa  $P'(l) = e^{l_0/\lambda} P(l_0 + l)$

35 ●●● Nella prima parte la distribuzione dei cammini liberi assomiglia a una retta (con pendenza negativa). Il valore della distribuzione per  $l = 0$  è  $1/\lambda$ .

- ▶ Considera un cammino che sia un decimo del cammino libero medio, cioè  $l = 0,1\lambda$ , e calcola il valore della distribuzione per tale valore.
- ▶ Determina approssimativamente quante molecole percorrono senza urtare soltanto un tratto inferiore a un decimo del cammino libero medio. [9,5%]

36 ●●● Usa il foglio elettronico per stimare la percentuale di molecole che riescono a percorrere più del doppio del cammino libero medio  $\lambda$  prima di un urto.

[valore esatto:  $1/e \approx 0,37 = 37\%$ ]

5 **La distribuzione delle velocità molecolari**

37 **QUANTO?**

●●● Un atomo di argon ( $m_{Ar} = 40$  uma) è a  $20^\circ\text{C}$ .

- ▶ Quanto vale la sua velocità quadratica media?  $[4,3 \cdot 10^2 \text{ m/s}]$

**38 QUANTO?**

- Quanto è percentualmente maggiore la velocità quadratica media rispetto alla velocità più probabile?  $[22\%]$

**39 QUANTO?**

- La nostra atmosfera è composta essenzialmente da azoto ( $m_N = 28$  uma) e ossigeno ( $m_O = 32$  uma).
  - ▶ Qual è la differenza percentuale tra le velocità quadratiche medie delle due molecole?  $[7\%]$

- **40** La *velocità quadratica media* è definita come radice quadrata della media dei quadrati delle velocità:

$$v_{qm} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

La velocità scalare media  $\langle v \rangle$  è invece la media dei valori delle velocità scalari. Si dimostra che

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

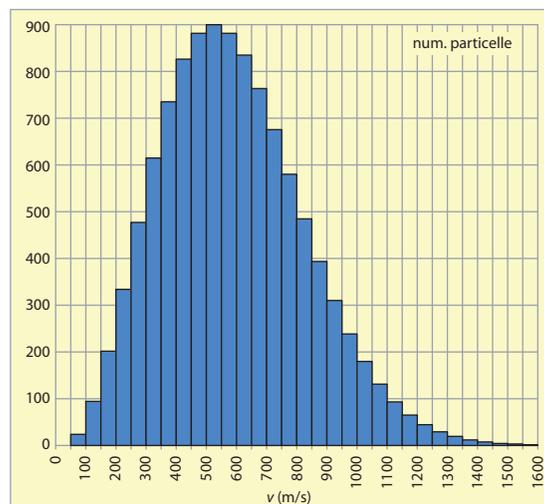
- ▶ Verifica che questa velocità media ha un valore compreso tra la velocità più probabile e la velocità quadratica media.  $[\langle v \rangle = 1,13 v_p; \langle v \rangle = 0,92 v_{qm}]$

- **41** La tabella rappresenta la distribuzione di 10000 molecole e simula la distribuzione di Maxwell. Riportala su un foglio elettronico.

Velocità (m/s)	Numero di particelle	Velocità (m/s)	Numero di particelle
0	0	850	363
50	22	900	286
100	87	950	220
150	186	1000	165
200	308	1050	121
250	440	1100	86
300	567	1150	60
350	678	1200	41
400	762	1250	27
450	813	1300	18
500	830	1350	11
550	814	1400	7
600	770	1450	4
650	704	1500	3
700	623	1550	1
750	535	1600	1
800	447	1650	0

- ▶ Disegna l'istogramma della distribuzione.
- ▶ Trova il valore della velocità più probabile  $v_p$ .
- ▶ Determina il valore della velocità media  $v_m$ .
- ▶ Determina il valore della velocità quadratica media  $v_{qm}$ .

Risposta



$[v_p = 500 \text{ m/s}; v_m = 564 \text{ m/s}; v_{qm} = 639 \text{ m/s}]$

- **42** Considera i due elementi elio ( $m_{He} = 4,00$  uma) e neon ( $m_{Ne} = 20,2$  uma).
  - ▶ Qual è la loro velocità più probabile a temperatura ambiente?  $[1,10 \text{ km/s}; 491 \text{ m/s}]$

- **43** Determina la dipendenza tra il numero medio di urti al secondo  $n_m$  di una molecola e la temperatura del gas nel caso in cui:
  - ▶ il volume è tenuto costante.
  - ▶ la pressione è tenuta costante.

$$[V = \text{cost.} \Rightarrow n_m \propto \sqrt{T}; p = \text{cost.} \Rightarrow n_m \propto 1/\sqrt{T}]$$

- **44** La velocità più probabile

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

è un comodo parametro per scrivere la distribuzione delle velocità.

- ▶ Mostra che la distribuzione di Maxwell si può scrivere nella forma:

$$P(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi} v_p^3} v^2 e^{-(v/v_p)^2}$$

- ▶ Usa questa espressione per calcolare il valore massimo della distribuzione di Maxwell in termini di  $v_p$ .

$$[P_{\max} = P(v_p) = \frac{0,83}{v_p}]$$

100 °C. Se ci troviamo realmente in Finlandia, fuori dalla sauna possono esserci anche -20 °C.

- ▶ Calcola la percentuale di aumento dell'energia cinetica media delle molecole d'aria entrando nella sauna. [47%]

**64 Il fratello maggiore dell'ossigeno**

La molecola di ozono ( $m_{O_3} = 8,0 \cdot 10^{-26}$  kg) è un composto instabile dell'ossigeno. Essendo una molecola ternaria non lineare, possiede 9 gradi di libertà: 3 traslazionali, 3 rotazionali e 3 vibrazionali. La maggiore concentrazione in atmosfera si trova a circa 25 km di altezza, nella ozonosfera (la zona in cui vengono filtrati i raggi UV provenienti dal Sole). A quella quota la temperatura dell'aria è circa -50 °C.

- ▶ Calcola l'energia termica di 1 mole di ozono.
- ▶ Determina la frazione di energia traslazionale.
- ▶ Quanto vale la velocità media delle molecole? [8,3 kJ; 2,8 kJ; 0,34 km/s]

**65 Liberare l'energia**

Durante una reazione chimica 1 mole di ossigeno atomico si lega in O<sub>2</sub> gassoso liberando  $2,7 \cdot 10^4$  J. Questa energia è inizialmente sotto forma di energia cinetica «aggiuntiva», che viene poi rapidamente ridistribuita nell'ambiente.

- ▶ Calcola la velocità più probabile prima della suddetta ridistribuzione. [1,3 km/s]

**66 Sembravano diversi...**

Per aumentare di 1 K la temperatura di 1 kg di una sostanza, l'energia cinetica totale delle sue molecole deve aumentare di un valore detto *calore specifico*. La tabella riporta i calori specifici (per unità di massa) di alcuni metalli di massa atomica crescente.

- ▶ Determina, magari usando il foglio elettronico, il valore di questi calori specifici per mole.

Metallo	Massa atomica (uma)	Calore specifico (kJ/(kg·K))
Magnesio (Mg)	24,3	1,020
Alluminio (Al)	27,0	0,921
Potassio (K)	39,1	0,757
Titanio (Ti)	47,9	0,520
Ferro (Fe)	55,8	0,440
Rame (Cu)	63,5	0,385
Molibdeno (Mo)	95,9	0,250
Stagno (Sn)	118,7	0,228
Samario (Sm)	150,4	0,200
Tungsteno (W)	183,8	0,130
Piombo (Pb)	207,2	0,130
Uranio (U)	238,0	0,120

- ▶ Osserva che i valori ottenuti sono abbastanza simili; trasformali in multipli della costante R.
- ▶ Stabilisci quanti gradi di libertà sono approssimativamente necessari per ottenere questi valori.
- ▶ Cerca una spiegazione di questo risultato.

[Mg 3,1, Al 3,0, K 3,5, Ti 3,1, Fe 3,1, Cu 2,9, Mo 2,9, Sn 3,2, Sm 3,2, W 3,0, Pb 3,2, U 3,4; il calore specifico è circa 3R e corrisponde a 6 gradi di libertà]

**67 Uno strano gas a due dimensioni**

Un gas bidimensionale sarebbe qualcosa di analogo a un insieme di dischi da hockey che si muovono senza attrito sul ghiaccio, urtandosi tra loro. Si potrebbe realizzare con N molecole di benzene libere di muoversi su una superficie fredda di area A e senza asperità molecolari, circondata da un bordo.

- ▶ Segui la dimostrazione presentata nel testo e ricava la relazione tra la pressione (in questo caso forza per unità di lunghezza) e l'energia cinetica K delle molecole. [ $P = (N/A)\langle K \rangle$ ]

**68 Fasci molecolari**

Uno dei metodi utilizzati nei laboratori per avere molecole o atomi relativamente pesanti con molta energia cinetica e direzione di moto ben definita, è quello di mescolarli a una grossa quantità di atomi più leggeri (per esempio di elio) e far passare questa miscela per un ugello. Quello che si ottiene è un fascio molecolare in cui le specie chimiche leggere, scontrandosi con quelle pesanti, forniscono a esse energia finché queste non hanno la loro stessa velocità. Un gas di elio (He) e ossigeno (O<sub>2</sub>) a 300 K viene fatto espandere in una camera da vuoto.

- ▶ Calcola il rapporto tra l'energia cinetica finale e iniziale di una molecola di ossigeno. [8]

**69 Mix tecnico**

I subacquei che si spingono sotto i 60 m di profondità devono utilizzare una miscela di gas particolare per evitare problemi dovuti alla variazione di pressione. Una delle miscele utilizzate è chiamata *trimix* ed è composta dal azoto (55%), elio (25%) e ossigeno (20%). Supponi che un subacqueo si trovi a 90 m di profondità e che l'acqua sia a una temperatura di 6 °C.

- ▶ Quanto vale la pressione parziale dei tre gas?
- ▶ E la velocità più probabile delle molecole dei gas?

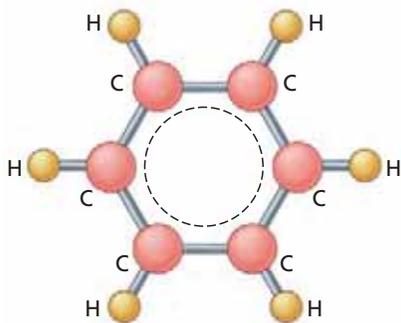
[ $P_{N_2} = 2,2 \cdot 10^5$  Pa,  $P_{He} = 7,1 \cdot 10^5$  Pa,  $P_{O_2} = 0,7 \cdot 10^5$  Pa;  $v_{N_2} = 410$  m/s,  $v_{He} = 10^3$  m/s,  $v_{O_2} = 380$  m/s]

## L'ARTE DELLA STIMA

## 70 Una lenta espansione

Il benzene è un composto derivato dal petrolio; se disperso nelle falde acquifere è fortemente inquinante. La diffusione di inquinanti è una materia di interesse estremamente attuale; il moto browniano, però, non è sufficiente da solo a spiegare la diffusione nei liquidi. Per verificare ciò, considera una goccia di benzene (raggio molecolare circa 0,2 nm), di raggio  $r = 1$  mm, che viene posta in acqua.

► Stima il raggio della goccia dopo un'ora. [4 nm]



## 71 Quasi nessuna ce la fa...

Gli alveoli polmonari più piccoli hanno un diametro di circa 0,1 mm. Se una molecola di ossigeno ( $d = 3 \cdot 10^{-10}$  m) fosse particolarmente «fortunata» potrebbe attraversarne uno da parte a parte senza subire urti.

► Stima quanti cammini liberi medi dovrebbe percorrere la molecola. [10<sup>3</sup>]

## 72 Cosa aspetta gli astronauti

L'atmosfera di Marte ha caratteristiche decisamente inospitali: la pressione massima è circa 700 Pa, la temperatura intorno ai  $-40$  °C ed è composta al



95% da  $\text{CO}_2$ . Un impianto di coltivazione potrebbe pompare dall'esterno  $\text{CO}_2$  per alimentare le piante, portandolo a temperatura e pressione terrestri. Approssima il gas come ideale.

► Stima i litri di gas necessari per produrre 1 L di gas in condizioni terrestri. [100 L]

## 73 Una gara persa in partenza

L'energia termica delle molecole in condizioni ambientali è enorme rispetto a qualunque energia cinetica legata al moto. Considera una molecola di  $\text{CO}_2$  ( $m_{\text{CO}_2} = 44$  uma) che si trova in un'automobile che viaggia in autostrada.

► Stima il rapporto tra l'energia cinetica traslazionale e quella termica. [0,5 · 10<sup>-2</sup>]

## 74 Emorragia atmosferica

A causa dell'agitazione termica gli elementi gassosi più leggeri possiedono un'energia cinetica sufficiente a vincere il potenziale gravitazionale della Terra.

► Quali sono i due elementi/molecole che sicuramente sfuggono? (Suggerimento: utilizza la tabella nella teoria e scrivi l'energia meccanica totale della molecola). [H<sub>2</sub>, He]

## 75 Molecole calde

L'Antartide è il luogo più freddo della Terra: sul Plateau Antartico si sono registrate temperature di  $-70$  °C! A causa della distribuzione di Maxwell, però, ci sarà sempre una certa frazione di molecole con velocità pari alla  $v_p$  che avrebbero alla temperatura di luoghi più ospitali. Considera un intorno  $dv$  pari a 10 m/s.

► Stima la percentuale di tali molecole. [2%]



- 15** Il calore specifico di un certo metallo viene determinato misurando la variazione di temperatura che si produce quando si pone un blocchetto riscaldato del metallo in un recipiente isolato fatto dello stesso materiale e contenente acqua. Il blocchetto di metallo da esaminare ha una massa di 100 g ed è inizialmente a 100 °C; il recipiente ha una massa di 200 g e contiene 500 g di acqua alla temperatura iniziale di 17,3 °C. La temperatura finale del sistema è 22,7 °C.
- Qual è il calore specifico del metallo?  
[1,7 kJ/(kg · K)]
- 16** Un blocchetto di metallo di 450 g e alla temperatura di 50 °C viene immerso in un contenitore contenente 1,50 L d'acqua alla temperatura di 18 °C. La temperatura finale di equilibrio, in assenza di scambi di calore con l'esterno, è 19 °C.
- Qual è il calore specifico del metallo?  
[0,5 kJ/(kg · K)]
- 17** Per raffreddare un pezzo di alluminio di 0,20 kg che si trova alla temperatura di 150 °C lo poni in un contenitore che contiene 3,0 kg d'acqua alla temperatura di 20 °C. Assumi che non ci siano scambi di calore con l'ambiente circostante.
- Calcola la temperatura di equilibrio. [22 °C]
- 18** In un contenitore isolato termicamente dall'esterno vengono posizionati un pezzo di rame da 0,20 kg alla temperatura di 25 °C e un pezzo di alluminio da 0,30 kg a temperatura  $T_{A1}$ . L'equilibrio viene raggiunto alla temperatura di 33 °C.
- Determina la temperatura iniziale  $T_{A1}$  dell'alluminio. [35 °C]
- 19** In un calorimetro contenente 4,5 L d'acqua, alla temperatura di 10 °C, viene immerso un cubetto di  $3,4 \cdot 10^2$  g alla temperatura di 200 °C. La temperatura di equilibrio è di 13 °C. Trascura gli scambi di calore con l'esterno.
- Calcola il calore specifico del materiale del cubetto. [0,2 cal/(g · °C)]
- 20** In un termos contenente 0,50 L di tè alla temperatura di 60 °C si aggiunge 1,0 L di tè alla temperatura di 90 °C. Le due masse liquide si mescolano e raggiungono una temperatura finale di equilibrio.
- Determina la temperatura di equilibrio.  
► Calcola la quantità di calore ceduta dalla seconda massa alla prima. [80 °C; 42 kJ]
- 21** In un contenitore vengono mescolati 1,5 L di acqua alla temperatura di 40 °C con 5,0 L di acqua a temperatura differente  $T_2$ . L'equilibrio termico si raggiunge alla temperatura di 46 °C.
- Qual è la temperatura iniziale  $T_2$ ? [48 °C]
- 22** Uno chalet in montagna ha lo scaldacqua a legna. Il proprietario stima che nel fine settimana avrà bisogno di 3 m<sup>3</sup> d'acqua calda sanitaria ( $T = 80$  °C) e l'acqua della sorgente è a 5 °C. Il processo di riscaldamento dell'acqua ha un'efficienza di circa il 60% (ipotizza che non ci siano perdite).
- Quanta legna dovrà accantonare? [ $\approx$  100 kg]
- 23** Le locomotive della linea storica di Douro, in Portogallo, sono ancora a vapore, ma sono state «rimodernate» in quanto non bruciano più carbone ma gasolio. Supponi invariato il trasferimento termico alla caldaia. Per compiere l'intera linea, occorre circa 1300 kg di carbone.
- Quanto gasolio occorre ora? [ $\approx$  950 kg]



- 24** In un calorimetro di ferro di massa 100 g sono contenuti 500 g di acqua alla temperatura di equilibrio di 18,0 °C. Si inseriscono due blocchi di materiali A e B diversi inizialmente a 100 °C e con una massa totale di 150 g: all'equilibrio si registra una temperatura di 20,0 °C. I calori specifici di A e B sono rispettivamente  $c_A = 125,7$  J/(kg · °C) e  $c_B = 836$  J/(kg · °C).
- Calcola la massa di A e la massa di B.  
[ $m_A = 110$  g;  $m_B = 49$  g]

- 25** Un fornello da campeggio consuma 140 g/h di propano e ha un'efficienza del 60% nel trasferire il calore a una pentola posta sopra di esso.
- Quanto tempo impiegherà a portare 0,75 L d'ac-

qua da 15 °C alla temperatura di ebollizione di 100 °C? [≈ 4 min]

**26** Il *marocchino* è un modo italiano di servire il caffè ( $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$ ,  $c = 1,0 \text{ cal/(g} \cdot \text{°C)}$ ) con l'aggiunta di schiuma di latte ( $\rho = 0,5 \text{ g/cm}^3$ ,  $c = 1,0 \text{ cal/(g} \cdot \text{°C)}$ ). Per realizzarlo in casa, in versione semplice, si utilizza un bicchierino trasparente di massa 150 g e  $c = 0,19 \text{ cal/(g} \cdot \text{°C)}$  a temperatura ambiente di 20 °C. Si versano 5 cL di caffè a 80 °C e 3 cL di schiuma di latte a temperatura di 50 °C. Trascura le perdite di calore verso l'ambiente.

► Determina la temperatura di equilibrio. [≈ 60 °C]

**27** Alcuni camper sono dotati di un sistema di riscaldamento a motore spento che, utilizzando il carburante del motore (benzina), permette di riscaldare la cabina anche durante le soste. In condizioni normali

consuma 0,3 L/h e assicura un flusso d'aria a 40 °C (temperatura esterna 15 °C). Trascura le perdite.

► Calcola quanto vale il flusso d'aria calda in L/s. [70 L/s]

#### 4 Propagazione del calore: conduzione e convezione

##### 28 QUANTO?

Una padella di rame per friggere, piena d'olio a 200 °C, è sostenuta tramite il manico (di rame), di sezione 1 cm<sup>2</sup> e lungo 20 cm.

► Quanto calore raggiunge la mano in 1 s, tenendo presente che la temperatura corporea è di circa 40 °C? [≈ 30 J]

##### 29 QUANTO?

Considera l'esercizio precedente nel caso in cui la padella abbia il manico di legno con una sezione di 3 cm<sup>2</sup>.

► Quanto calore raggiunge la mano in 1 s? [0,05 J]

#### 30 ESEMPIO

In una stanza si mantiene la temperatura a 20 °C mentre quella esterna è di 8 °C. La finestra della stanza ha le dimensioni di 80 cm × 90 cm, il vetro è spesso 0,60 cm e ha conducibilità termica di 0,90 W/(m · K).

► Quanto vale la quantità di calore che fuoriesce al minuto?

#### ■ RISOLUZIONE

La quantità di calore trasferito all'esterno nell'intervallo di tempo  $\Delta t$  è data dall'equazione

$$Q = \lambda A \frac{(T_2 - T_1)}{L} \Delta t$$

#### ■ Risultato numerico

$$A = 0,72 \text{ m}^2$$

$$T_2 = 20 \text{ °C}$$

$$T_1 = 8 \text{ °C}$$

$$\lambda = 0,90 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

$$L = 0,60 \text{ cm} = 0,60 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$Q = (0,90 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}) (0,72 \text{ m}^2) \frac{(20 \text{ °C} - 8 \text{ °C})}{0,60 \cdot 10^{-2} \text{ m}} (60 \text{ s}) = 78 \text{ kJ}$$

**31** Una barra di rame lunga 2,0 m ha una sezione circolare di raggio 1,0 cm. Un'estremità è tenuta a 100 °C, mentre l'altra è a 0 °C; la superficie laterale è isolata in modo che la perdita di calore attraverso essa sia trascurabile.

► Quanto vale la quantità di calore che fluisce attraverso la barra nell'unità di tempo?

► Determina il gradiente di temperatura  $\Delta T/\Delta x$ ,

cioè la variazione di temperatura per unità di lunghezza.

► Qual è il valore di temperatura a 25 cm dall'estremità calda? [6,1 J/s; 50 K/m; 88 °C]

**32** Una parete di legno di uno chalet di montagna è larga 4,0 m, alta 2,5 m e spessa 20 cm. Il coefficiente di conducibilità del legno è 0,20 W/(m · K).

La temperatura della stanza è di  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$  mentre quella esterna, durante le ore più calde, è di  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

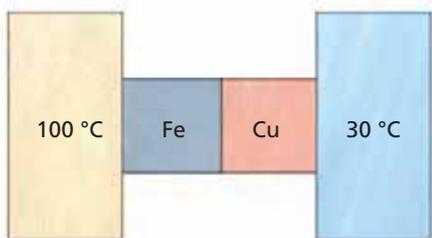
- ▶ Quanto vale la quantità di calore che attraversa la parete nell'arco delle tre ore più calde della giornata?
- ▶ Quanta legna si deve bruciare per compensare la perdita? [1,8 MJ; 12 hg]

**33** Le finestre di una casa occupano un'area totale di  $30\text{ m}^2$  e sono costituite da un singolo vetro spesso 5 mm. La temperatura interna è  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  mentre quella esterna è  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ Calcola la perdita di calore per conduzione che avviene nell'unità di tempo attraverso le finestre, esprimendo il risultato in watt. [0,16 MW]

**34** Due cubi metallici, uno di ferro (Fe) e uno di rame (Cu), di spigolo 4,00 cm sono disposti a contatto con due termostati, come rappresentato in figura. Il termostato di sinistra ha una temperatura di  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mentre quello di destra ha una temperatura di  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ Qual è la temperatura della superficie di contatto tra i due cubi?
- ▶ Calcola la quantità di calore che fluisce, nell'unità di tempo, attraverso le superfici di contatto tra i due cubi e le rispettive pareti esterne e attraverso la superficie di contatto dei due cubi. [42  $^{\circ}\text{C}$ ; 0,19 kJ]

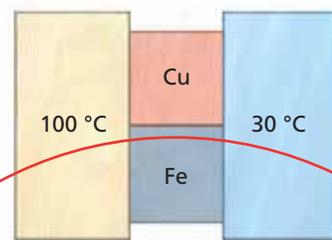


**35** Nell'esercizio precedente, inverti le posizioni dei due cubi.

- ▶ Determina la temperatura della superficie di contatto tra i due cubi. [88  $^{\circ}\text{C}$ ]

**36** Gli stessi cubi metallici dei due esercizi precedenti sono ora posti come in figura.

- ▶ Quanto vale la quantità di calore che fluisce, nell'unità di tempo, da un termostato all'altro, attraverso ciascun cubo?
- ▶ E la quantità di calore totale che fluisce nell'unità di tempo da un termostato all'altro? [1,1 kJ/s; 0,22 kJ/s; 1,3 kJ/s]



**37** Un carpentiere costruisce un muro di una casa con uno strato di legno spesso 3,2 cm all'esterno e del materiale isolante spesso 2,3 cm all'interno. Il pannello di legno ha una conducibilità termica di  $0,80\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , mentre per l'isolante la conducibilità vale  $0,010\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . La superficie interna si trova a  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$  e quella esterna a  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ Calcola la temperatura nella superficie di separazione tra i due materiali. [-9,5  $^{\circ}\text{C}$ ]

**38** La conducibilità termica di un materiale isolante viene misurata costruendo con esso una scatola cubica di spigolo 50 cm e lo spessore delle facce di 2,0 cm. Poni all'interno un riscaldatore di potenza 135 W e misuri che la temperatura interna a regime è  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  maggiore di quella esterna.

- ▶ Determina la conducibilità termica del materiale. [0,030  $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ]

**39** Un frigorifero presenta le seguenti dimensioni:  $60\text{ cm}\times 50\text{ cm}\times 200\text{ cm}$ . Le sue pareti sono costituite da due sottili strati di acciaio, che hanno la sola funzione di supporto meccanico, distanti 4 cm. Lo spazio tra le pareti è riempito di materiale isolante avente una conducibilità termica  $\lambda = 0,10\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . La temperatura esterna è di  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mentre quella all'interno del frigorifero è di  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- ▶ Valuta la potenza termica, ovvero la quantità di calore che deve essere portata all'esterno dal compressore. [0,25 kW]

## 5 Propagazione del calore: irraggiamento

**40** QUANTO?

Una bistecca ( $e = 0,8$ ) di  $20\text{ cm}^2$  è posta in prossimità di braci a  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ , durante una cottura di 3 minuti.

- ▶ Quanto calore assorbe? [6 kJ]

- La quantità  $m_f$  di ghiaccio che rimane è data dalla differenza del ghiaccio iniziale meno quello che si è sciolto. Dato che rimane del ghiaccio, la temperatura finale di equilibrio è  $0\text{ °C}$ :

$$m_f = m_g - m$$

### ■ Risultato numerico

$$m = 0,13\text{ kg}$$

$$m_g = 0,200\text{ hg}$$

$$m_f = 0,200\text{ kg} - 0,13\text{ kg} = 0,07\text{ kg}$$

- 54** ●● Per una festa estiva, si prepara una ciotola da 5,0 L di una bevanda a base di succhi di frutta alla temperatura di  $16\text{ °C}$ . Per mantenerla fresca, durante il party, aggiungi 300 g di cubetti di ghiaccio a  $0\text{ °C}$ . Trascura tutti gli scambi di calore con l'esterno e ipotizza che la bevanda abbia lo stesso calore specifico e la stessa densità dell'acqua.
- Qual è la temperatura finale del sistema?
- Rimane del ghiaccio alla temperatura finale? [10 °C; no]
- 55** ●● Vuoi raffreddare 100 g di vapor d'acqua a  $150\text{ °C}$  fino a solidificarli in 100 g di ghiaccio a  $0\text{ °C}$ . Il calore specifico del vapore è  $2,01\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ .
- Quanto calore devi sottrarre? [0,31 MJ]
- 56** ●● Un blocchetto di alluminio di massa pari a 50 g, con calore specifico  $0,88\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  a  $20\text{ °C}$ , è posto in un grande contenitore di azoto liquido, che si trova alla temperatura di ebollizione di 77 K.
- Quanto azoto evapora per raffreddare l'alluminio fino a 77 K? [48 g]
- 57** ●● In un contenitore isolante, con capacità termica trascurabile, sono posti 250 g di neve a  $-30\text{ °C}$ . Il calore specifico della neve è  $2,05\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Si dispone di una sorgente di calore avente una potenza di 40 W. Trascura il calore assorbito dal recipiente o perduto in altri modi.
- Calcola il tempo necessario per portare la neve alla temperatura di ebollizione. [1,4 h]
- 58** ●● Versi 500 g di piombo fuso a  $328\text{ °C}$  in una cavità ricavata in un grande blocco di ghiaccio a  $0\text{ °C}$ .
- Quanto ghiaccio si fonde? [0,10 kg]
- 59** ●● Un pezzo di ghiaccio cade da una quota  $h$  e compie un urto anelastico contro il suolo.
- Può fondersi a causa dell'urto?
- 60** ●● In un recipiente isolato contenente un blocco di ghiaccio di 400 g a  $0\text{ °C}$  si immette vapore acqueo a  $100\text{ °C}$  finché il ghiaccio non si fonde e la temperatura dell'acqua non diventa  $60\text{ °C}$ .
- Determina la massa d'acqua prodotta dalla liquefazione di ghiaccio e vapore a questa temperatura. [0,51 kg]
- 61** ●● In un recipiente di capacità termica trascurabile si mescolano 300 g di vapore acqueo a  $100\text{ °C}$  e 300 g di ghiaccio a  $0\text{ °C}$ .
- Calcola la temperatura finale del sistema.
- Quanto vapore rimane? [100 °C; 200 g]
- 62** ●● In un recipiente sferico è contenuto elio liquido al suo punto di ebollizione (4,2 K). Uno spazio vuoto separa il recipiente da uno schermo che lo racchiude ed è mantenuto alla temperatura dell'azoto liquido (77 K). Il recipiente ha un diametro di 30 cm e la sua superficie esterna è annerita in modo da comportarsi da corpo nero.
- Quanto elio evapora ogni ora? [97 g]
- 63** ●● Un pezzo di rame di 100 g alla temperatura  $T$  è inserito in un calorimetro di rame di 150 g contenente 200 g di acqua inizialmente a  $16\text{ °C}$ . La temperatura finale, a equilibrio raggiunto, è di  $38\text{ °C}$ . Si pesa il calorimetro con il suo contenuto e si trova che sono evaporati 1,2 g di acqua.
- Qual era la temperatura  $T$ ? [630 °C]

**72** Il *punto di rugiada* è la temperatura alla quale la pressione parziale del vapor d'acqua è uguale alla pressione di vapor saturo. In una giornata la temperatura è di 20 °C e il punto di rugiada è a 10 °C.

► Calcola l'umidità relativa. [≈ 50%]

**73** In una stanza con dimensioni di 6 m × 4 m × 3 m la temperatura è 20 °C e l'umidità relativa del 65%.

► Determina la massa di vapor d'acqua presente nella stanza. [0,83 kg]

## PROBLEMI FINALI

### 74 Calorie grandi e piccole

Solitamente il contenuto calorico dei cibi viene fornito in calorie; in realtà però la cosiddetta caloria «alimentare» viene indicata con l'iniziale maiuscola (Cal) ed equivale a 1000 cal. Su una confezione di zucchero c'è scritto che 100 g di prodotto contengono 390 Cal.

► A quante calorie equivalgono?  
► Converti il risultato in joule. [3,9 · 10<sup>5</sup> cal; 1,6 MJ]



stayhealthy.org

### 75 Un esercizio senza formule

Un tè caldo appena fatto ha una temperatura di circa 95 °C. La tazza si trova in condizioni ambientali normali.



JuliaSra / Shutterstock

► Quali sono le cause principali del raffreddamento?

### 76 I conti tornano

Considera l'esercizio precedente. Hai una grossa tazza di ceramica che contiene 400 mL di tè e che si raffredda a 80 °C per sola evaporazione (cosa abbastanza vera finché la temperatura è alta e considerando la bassa conducibilità della ceramica).

► Calcola quanta acqua è evaporata. [11 g]

### 77 L'efficienza dell'acqua

Osservando la tabella dei calori latenti di vaporizzazione si nota come l'acqua abbia un valore decisamente elevato rispetto ad altri liquidi. Questo la rende estremamente utile per il raffreddamento: infatti, se si forza l'evaporazione (sfruttando la tensione di vapore), si riesce a rimuovere un'enorme quantità di calore rispetto a quanto si otterrebbe, per conduzione, con un circuito di raffreddamento. Considera due casi di raffreddamento: nel primo 1 L d'acqua si scalda di 30 K e nell'altro si formano 10 g di vapore.

► Determina il calore assorbito nei due casi. [1,3 · 10<sup>5</sup> J; 2,2 · 10<sup>5</sup> J]

### 78 Isolamento quasi perfetto

Nei laboratori per raggiungere basse temperature si utilizza l'elio liquido, che ha una temperatura di ebollizione di 4,2 K. Per contenerlo si utilizzano barili metallici concentrici, separati fra loro da intercapedini in cui è stato fatto il vuoto. In questo modo la conducibilità è trascurabile e l'irraggiamento, limitato dalla bassa emissività del metallo (circa 0,05), viene ulteriormente smorzato dalle intercapedini in serie. Se non ci fossero le intercapedini si avrebbe una potenza trasmessa decisamente alta. Considera infatti il caso di un unico barile con superficie totale di 3 m<sup>2</sup>.

► Quanto vale la potenza trasmessa per irraggiamento? [63 W]

### 79 La regina del cielo notturno (terrestre)

Se si trascura il Sole, la stella più luminosa del cielo (per un osservatore terrestre) è Sirio α. Questo è un sistema binario composto da due stelle: Sirio A e Sirio B. La seconda ha luminosità trascurabile mentre la prima ha una temperatura superficiale di 10000 K e il diametro è 2 volte quello del Sole, che ha una temperatura superficiale «solo» di 5800 K.

► Calcola la potenza irradiata da Sirio rispetto a quella solare. [35 volte quella solare]

**80 Problema da bar**

Un bicchiere contiene circa 0,2 L di aperitivo. La temperatura iniziale è quella ambiente: 20 °C. Nel bicchiere vengono messi alcuni cubetti di ghiaccio a -15 °C da 6 g l'uno. Se il bicchiere non scambiasse calore con l'esterno il ghiaccio raffredderebbe l'aperitivo in modo ottimale, portandolo a 0 °C.

- Qual è, in questo caso, il numero minimo necessario di cubetti? [8]

**81 Sole sulla neve**

Considera un prato orizzontale ricoperto di neve a 0 °C (densità circa 0,3 g/cm<sup>3</sup>, emittanza 0,9) in un giorno di primavera (Sole inclinato di 45°).

- Calcola quanti centimetri di neve si sciolgono tra le 11:00 e le 13:00. (Supponi che l'inclinazione solare rimanga costante e che il flusso della radiazione sia 1,3 kW/m<sup>2</sup>. Considera anche la radiazione emessa dalla neve.) [≈ 7 cm]

**82 Perché i termos sono argentati?**

Considera un contenitore a doppia parete riempito di tè a 90 °C con una superficie di 0,05 m<sup>2</sup>, mantenuto a una temperatura esterna di 20 °C.

- Determina la quantità di calore scambiata tra le pareti in caso di solo vetro ( $e = 0,95$ ) e di vetro alluminato ( $e = 0,05$ ). [27 W; 1,4 W]

**83 Quanto calore per la farinata...**

La *farinata* è un tipico piatto ligure. Si prepara una miscela molto liquida di acqua e farina di ceci (750 g di acqua e 250 g di farina) a temperatura ambiente (20 °C) e si cuoce al forno in grandi «testi» di rame, che hanno un'alta conducibilità termica e rendono uniforme la temperatura. Quando esce dal forno, la farinata è a circa 100 °C e ha una massa di soli 400 g, perché parte dell'acqua è evaporata. Il calore specifico della farina di ceci è 0,42 kcal/(kg · °C).

- Quanto calore è stato necessario per cuocere la farinata? [1,6 MJ]

**84 Butta la pasta**

Su un particolare fornello una pentola con 2,0 L d'acqua impiega 12 minuti a raggiungere l'ebollizione da temperatura ambiente. Quando butti 300 g di pasta osservi che occorrono 60 s prima che il sistema ritorni in equilibrio e all'ebollizione. Trascura le perdite di calore verso l'esterno.

- Calcola il calore specifico della pasta.

[2,3 kJ/(kg · K)]



Un recipiente d'alluminio di 200 g contiene 500 g d'acqua a 20 °C. Nel recipiente viene posto un pezzo di ghiaccio di 100 g a -20 °C. Supponi che non ci siano perdite di calore e che il calore specifico del ghiaccio sia 2,01 kJ/(kg · K).

- Determina la temperatura finale del sistema. Successivamente viene aggiunto un secondo pezzo di ghiaccio di 200 g a -10 °C.
- Quanto ghiaccio rimane nel sistema dopo che si è raggiunto l'equilibrio?
- La risposta alla domanda precedente sarebbe diversa se si mettessero insieme i due pezzi di ghiaccio? [3 °C; 188 g; no]

**86 Un tubo quasi magico**

Un *heat pipe* è un tubo di metallo chiuso, contenente una piccola quantità di fluido refrigerante quale acqua, etanolo, ammoniaca o mercurio, in equilibrio con il suo vapore. Un *heat pipe* serve per trasferire calore da un estremo (caldo) all'altro (freddo) del condotto, per mezzo dell'evaporazione e della condensazione del refrigerante. L'estremo caldo, a contatto con una sorgente di calore, cede calore al liquido refrigerante, che vaporizza e perciò aumenta la pressione del vapore nel tubo. Il calore latente di vaporizzazione assorbito dal liquido sottrae calore all'estremo caldo del cilindro. La pressione del vapore vicino all'estremo caldo è più alta di quella d'equilibrio all'estremo freddo: grazie a questa differenza di pressione si ha un trasferimento molto veloce di vapore verso l'estremo freddo, dove il vapore in eccesso rispetto all'equilibrio condensa, cedendo calore all'estremo freddo. Il liquido refrigerante rifluisce quindi all'estremo caldo del tubo: se l'*heat pipe* è orientato verticalmente (con l'estremo caldo in basso), è sufficiente la forza di gravità, altrimenti si sfrutta l'azione di capillarità delle pareti del cilindro. Trovano applicazione in moltissimi campi, dalle centrali nucleari ai personal computer.

- Determina la quantità di calore trasferita con un flusso di etanolo liquido di  $0,06 \text{ cm}^3/\text{s}$  (densità dell'etanolo  $0,79 \text{ g/cm}^3$ ). [40 W]

**87 Bagno turco... per piante**

Molte serre sono riscaldate con tubi in cui scorre vapor d'acqua ad alta temperatura. Considera il vapore un gas perfetto. All'ingresso dei tubi il vapore ha una temperatura di  $220 \text{ }^\circ\text{C}$  e all'uscita di

$150 \text{ }^\circ\text{C}$  e una pressione costante di 4 atm. Per scaldare la serra occorrono 5 kW.

- Valuta il flusso di vapore all'ingresso della serra. [ $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ]

**88 La zuppa degli astronauti**

La liofilizzazione è una tecnica per asportare quasi completamente l'acqua dalle sostanze, come medicinali o cibi, per la loro conservazione. Consiste in due fasi. Nella prima la sostanza viene raffreddata dalla temperatura ambiente ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ) fino a  $-30 \text{ }^\circ\text{C}$ . Nella seconda fase viene abbassata la pressione e il ghiaccio sublima rimuovendo in questo modo l'acqua dalla sostanza. La sublimazione comincia a  $-30 \text{ }^\circ\text{C}$  con vuoto inferiore a 1,33 mbar. Piastre metalliche percorse internamente da olio caldo forniscono in ogni istante al prodotto il calore latente di sublimazione ( $2830 \text{ kJ/kg}$ ), mentre la temperatura rimane costante. Considera solo l'acqua e trascura dal punto di vista termico le altre sostanze presenti.

- Quanto calore deve essere assorbito (per litro d'acqua) dalla sostanza prima dell'inizio della seconda fase?
- Calcola la potenza di riscaldamento necessaria durante la seconda fase, se le pompe sono in grado di asportare  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$  di vapore alla pressione di 1,33 mbar. [0,48 MJ; 0,94 kW]

**89 Un boiler per il letargo**

Uno dei problemi degli impianti solari termici (che scaldano l'acqua) è che d'estate, quando c'è tanto sole, l'acqua calda viene utilizzata relativamente poco, mentre d'inverno, quanto servirebbe, c'è poco sole. Un'idea potrebbe essere immagazzinare l'acqua calda in una cisterna sotterranea e utilizzarla nei quattro mesi invernali. Considera una cisterna sferica di raggio  $R = 4 \text{ m}$ , con acqua a temperatura  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ , isolata da uno strato di 10 cm di feltro. L'equazione della temperatura in funzione del tempo per un corpo che si raffredda per conduzione è:

$$T = T_i e^{-\frac{A\lambda}{Lm c_p} t}$$

dove  $A$  è l'area,  $L$  lo spessore,  $\lambda$  la conducibilità termica del mezzo che realizza il contatto,  $m$  la massa e  $c_p$  il calore specifico a pressione costante.

- Se l'acqua non viene utilizzata, a quale temperatura si trova alla fine dell'inverno? [45 °C]

**90 Quanto costa il raffreddamento?**

Uno dei metodi per raggiungere bassissime tempe-

rature è utilizzare una pompa per aspirare forzosamente il vapore che si forma sopra un liquido. In questo modo si sfrutta il calore latente e sottraendo materia dal liquido lo si raffredda. La massa di liquido da rimuovere, prima di raggiungere il congelamento del rimanente, dipende da: temperatura iniziale  $T_0$ , massa iniziale  $m_0$ , calore latente di evaporazione  $L$  e calore specifico  $c$ .

► Ricava tale relazione.  $[m = m_0(cT_0)/(\lambda + cT_0)]$

### 91 Un gas per l'ambiente

Le finestre sono la causa principale della perdita di calore delle case durante l'inverno. Per migliorare l'efficienza energetica degli edifici, diminuendo così il consumo di combustibile per il riscaldamento, da vari anni sono stati introdotti doppi o tripli vetri. Nelle intercapedini dei modelli migliori si trova argon ( $0,018 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) che migliora l'isolamento termico rispetto a un vetro singolo ( $\approx 1 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ). Considera una casa con  $15 \text{ m}^2$  di finestre e una differenza di temperatura con l'esterno di  $20 \text{ K}$ . Gli spessori dei vetri e dell'intercapedine si possono valutare in circa  $4 \text{ mm}$  ognuno.

- Calcola la perdita di potenza nel caso in cui le finestre siano a vetro singolo.
- Calcola la perdita di potenza nel caso di doppi vetri.

(Suggerimento: la potenza che passa attraverso ogni strato è la potenza totale.)  $[75 \text{ kW}; 1,3 \text{ kW}]$



## L'ARTE DELLA STIMA

### 92 Medicina criogenica

Uno dei metodi per rimuovere una verruca è «bruciarla». Il trattamento consiste nell'applicazione di una goccia di azoto liquido sulla pelle: in questo

modo si uccidono le cellule senza lasciare cicatrici e causando poco o nessun dolore.

► Stima l'energia asportata con il trattamento tramite l'azoto liquido.  $[20 \text{ J}]$

### 93 La bolletta di un viaggio al fresco

Una persona produce circa  $80 \text{ W}$  di potenza termica a riposo. In un vagone ferroviario la temperatura è mantenuta costante dall'impianto di condizionamento. Per collegare Milano a Roma sulla linea ad alta velocità occorrono circa  $3 \text{ h}$ .

► Stima il calore asportato dall'impianto di un vagone pieno durante il viaggio.  $[6 \cdot 10^7 \text{ J}]$

### 94 Freddo fumante

In inverno capita spesso di vedere la condensa uscire dalla bocca durante l'espiazione. Ciò è dovuto al fatto che la tensione di vapore saturo è minore della pressione parziale del vapore acqueo nell'aria che emettiamo. Supponi che, respirando normalmente (senza trattenere il respiro), si inizi a vedere il vapore intorno ai  $7 \text{ }^\circ\text{C}$  e che l'aria abbia inizialmente umidità relativa bassa.

► Stima l'umidità relativa dell'aria quando si trovava nei polmoni.  $[20\%]$

### 95 Dopo l'affondamento

Il rischio maggiore per un naufrago è l'ipotermia, ossia il raffreddamento del corpo dovuto alla perdita di calore che non si riesce a compensare con il metabolismo interno. Un essere umano perde coscienza quando la temperatura corporea scende al di sotto dei  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  (con conseguente annegamento). Il tempo di sopravvivenza dipende ovviamente dalla temperatura dell'acqua; nel caso questa sia  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  (tipica delle medie latitudini negli oceani) un essere umano raggiunge lo svenimento in circa  $3 \text{ ore}$ .

► Stima i watt netti ceduti dal corpo.  $[200 \text{ W}]$

### 96 Il termometro della Terra

L'Artico, così come l'Antartide, è uno dei «termometri» più affidabili del riscaldamento globale. Tra il 1978 e il 2010 l'estensione media dei ghiacci artici è passata da  $15,5 \cdot 10^6 \text{ km}^2$  a  $14 \cdot 10^6 \text{ km}^2$  e il loro spessore medio da  $3,5 \text{ m}$  a  $2,5 \text{ m}$ .

► Stima quanta energia la Terra ha trattenuto ogni anno per causare tale scioglimento.

► Stima la percentuale rispetto all'energia totale ricevuta dal Sole.  $[2 \cdot 10^{20} \text{ J}; 0,005 \text{ \%}]$



pic.ap1.washington.edu

### 97 Emissioni a confronto

Per comunicare, i dispositivi mobili (cellulari, cordless, wireless dei computer) emettono onde elettromagnetiche. Le potenze emesse sono molto diverse: reti wireless e telefoni cordless raggiungono al massimo 25 mW di emissione, mentre un cellulare arriva a 250 mW. Per fortuna non tutta la potenza emessa è assorbita dalla testa; inoltre, il flusso sanguigno provvede ad asportare il calore in eccesso.

- ▶ Se il calore non fosse rimosso, stima il tempo necessario per surriscaldare la testa di 1 K nei due casi. [8 giorni; 19 h]

### 98 Riscaldamento a bioetanolo

Una delle ultime idee «bio» è di utilizzare come sistema di riscaldamento per le case un fornello a etanolo (alcol ottenuto dalla fermentazione). Il vantaggio del sistema è che non vi è calore disperso dalla canna fumaria (come avviene invece con la caldaia) e la combustione produce solo  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{O}$ . Per iniziare considera solo l'energia necessaria a scaldare l'aria presente in una casa da  $12^\circ\text{C}$  a  $22^\circ\text{C}$ . (Suggerimento: calcola il numero di moli considerando la temperatura media.)

- ▶ Stima quanti grammi di alcol sono necessari. [100 g]

### 99 Una quasi pentola a pressione

Un coperchio di terracotta può pesare 2 kg e avere una superficie di  $0,13\text{ m}^2$ . Se il vapore non riesce a uscire da una qualche fessura tra coperchio e pentola, la sua pressione aumenterà fino a sollevarlo.

Tra il coperchio e la superficie dell'acqua ci sono 5 cm.

- ▶ Stima il calore necessario per far sollevare il coperchio una volta che l'acqua inizia a bollire. [circa 20 J]

### 100 Disidratazione continua

Utilizzando le condizioni e il risultato dell'esercizio 94, puoi stimare la perdita d'acqua che ha il corpo durante una giornata invernale, in assenza di sudorazione. Considera solo le ore di veglia (16 h) e il volume di aria coinvolto nella respirazione, a riposo (0,5 L ogni respiro).

- ▶ Stima i litri di acqua persi. [ $7 \cdot 10^{-2}$  L]

### 101 La termodinamica incontra la gravitazione

Come hai visto, l'equivalente meccanico della caloria è molto alto. Un asteroide che cade su un pianeta viene solitamente bruciato dall'attrito con l'atmosfera, ma se questa non è presente o è molto rarefatta (come su Marte o sulla Luna), tutta l'energia viene liberata all'impatto. Un asteroide roccioso di silicati ( $c = 700\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ) cade su Marte con energia meccanica totale pari a 0 J.

- ▶ Stima di quanto si riscalderebbe all'impatto se non scambiasse calore. [ $18 \cdot 10^3$  K]



focsaerospaciale.blogspot.com



## SYMBOLS

IN SYMBOLS	IN WORDS	EXAMPLES	
+	plus, add	$a + b$	$a$ plus $b$
-	minus, take away, subtract	$a - b$	$a$ minus $b$
±	plus or minus		
×	times, multiplied by	$a \times b$	$ab$ , $a$ times $b$
· (dot product)		$a \cdot b$	$ab$ , $a$ times $b$
÷	divided by	$\frac{a}{b}$	$a$ over $b$ , $a$ divided by $b$ in fractions, $a$ is called the <i>numerator</i> and $b$ the <i>denominator</i>
⋮ ⋮ (vinculum or fraction bar)		how to read fractions $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{\pi}{4}, \dots$	one half, five halves, two thirds, seven tenths, pi over four, ...
=	is equal, equals, is	$a = b$ $1 + 2 = 3$	$a$ equals $b$ or $a$ is equal to $b$ one plus two is (equals) three
≈	is approximately equal to		
≠	is not equal to	$a \neq b$	$a$ is different from $b$ , $a$ is not equal to $b$
<	inequality signs	$a < b$	$a$ is (strictly) less than $b$
>		$a > b$	$a$ is (strictly) greater than $b$
≪		$a \ll b$	$a$ is much less than $b$
≫		$a \gg b$	$a$ is much greater than $b$
≥		$a \geq b$	$a$ is greater than or equal to $b$
≤		$a \leq b$	$a$ is less than or equal to $b$
%	percent	5 %	five percent

square root    left (round) bracket    cubed (to the third)    squared

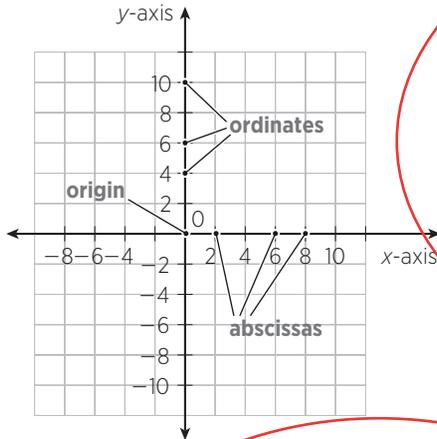
$$\sqrt{\left\{ (0.25 \cdot 12) - \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \right] \right\}^3 - \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - 3.5 \right)^2} = \frac{13}{4}$$

curly bracket    point two five    square bracket    three fourths    one half    right (round) bracket



## GRAPHS

### CARTESIAN PLANE



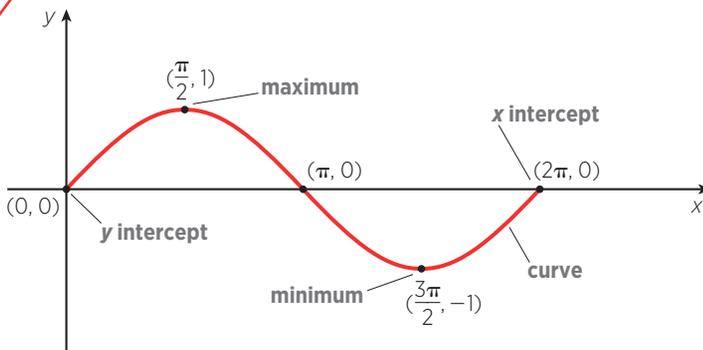
In mathematics, the graph of a function  $f$  is the collection of all ordered pairs  $(x, f(x))$ .

Graphing on a Cartesian plane is sometimes referred to as *to plot* or *draw* a curve.

A *curve* is a set of points that form or can be joined by a continuous line on a graph.

To *plot* means to place a point on a coordinate plane using its  $x$ -coordinate (*abscissa*) and  $y$ -coordinate (*ordinate*).

### MAIN FEATURES OF THE GRAPH OF A FUNCTION



- **Range:** the set of  $y$ -coordinates corresponding to the points on a graph. In the example above, the *range* is  $[-1; 1]$  (minus one; one).
- **$x$ -intercept:** the point where the graph crosses the  $x$ -axis. In the example, there are three  $x$ -intercepts, corresponding to  $x = 0$ ,  $x = \pi$  and  $x = 2\pi$ .
- **$y$ -intercept:** the value on the  $x$ -axis where a graph crosses the  $y$ -axis. In the example, the only  $y$ -intercept is the origin of the Cartesian plane  $(0, 0)$ .
- **Domain:** the set of  $x$ -coordinates corresponding to the points on a graph. In the example, the *domain* is  $[0; 2\pi]$  (zero; two pi).
- **Asymptote:** a line that a curve approaches as it heads towards infinity. The *asymptotes* can be horizontal, vertical and oblique.



## FORMULAE

SUBJECT	IN SYMBOLS	IN WORDS
Uniform motion	$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$	Average velocity equals change in displacement divided by elapsed time.
Uniform accelerated motion	$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	Average acceleration equals change in velocity divided by elapsed time.
	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	Final displacement equals initial displacement plus initial speed multiplied by time plus half the acceleration multiplied by the square of the time.
Uniform circular motion	$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$	Magnitude of centripetal acceleration equals the square of the linear velocity divided by the radius of the circular motion, equals the square of the angular velocity multiplied by the radius.
Newton's second law of motion	$\vec{F} = m\vec{a}$	Force equals mass multiplied by acceleration.
Work	$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s}$	Work done by a constant force equals the scalar product of the force and the displacement.
Kinetic energy	$KE = \frac{1}{2} m v^2$	The kinetic energy of a body in motion equals half its mass multiplied by the square of its velocity.
Gravitational potential energy near the Earth surface	$PE = U = mgh$	The potential energy of a body in a gravitational field is equal to the product of its mass, the gravitational force and its height.
Newton's law of gravity	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	The magnitude of the gravitational force between two bodies equals the product of the gravitational constant and the masses of the two bodies divided by the square of the straight line distance between them.
Kepler's third law	$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{mG}$	The square of the period of any planet divided by the cube of the semi-major axis of its orbit is a constant given by four multiplied by the square of pi all divided by the product of the gravitational constant and the mass of the Sun.



SUBJECT	IN SYMBOLS	IN WORDS
Elastic system	$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$	The force exerted by an ideal spring acts in the opposite direction to the displacement with magnitude equal to the product of the spring constant and the displacement.
Impulse	$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$	The impulse of a force is the product of the average force and the time interval during which the force acts.
Linear momentum	$\vec{p} = m\vec{v}$	The linear momentum of a body equals the product of the mass of a body and its velocity.
Pressure	$p = \frac{F}{A}$	Pressure equals the normal force divided by the surface area the force is acting on.
Heat and temperature change	$Q = cm\Delta T$	The amount of heat transferred to a substance equals the product of its specific heat $c$ , its mass $m$ and its temperature change $\Delta T$ .
First Gay-Lussac law	$\frac{V_T}{T} = \frac{V_0}{T_0}$	At constant pressure the ratio of the volume of a gas to its temperature is constant.
Second Gay-Lussac law	$\frac{p_T}{T} = \frac{p_0}{T_0}$	At constant volume the ratio of the pressure of a gas to its temperature is constant.
Boyle's law	$p_i V_i = p_f V_f$	At constant temperature the product of the pressure of a gas and its volume is constant.
Internal energy of an ideal gas	$U = \frac{3}{2}nRT$	The internal energy $U$ of a monatomic ideal gas equals three halves of the product of the number of moles of the gas $n$ , the universal gas constant $R$ , and the absolute temperature of the gas $T$ .
Equation of state for ideal gases	$pV = nRT$	The product of the absolute pressure and volume of the gas equals the product of the number of moles of the gas, the universal gas constant, and the absolute temperature of the gas.
Temperature on the microscopic level	$KE_{av} = \frac{3}{2}k_B T$	Every molecule of a monoatomic ideal gas that is in thermal equilibrium has an average kinetic energy of three halves of the product of the Boltzmann constant and the absolute temperature of the gas.



## Solar panel

Energy comes to Earth from the Sun in two main forms that we can use directly, heat and light. We use heat energy for solar heating and we transform the light energy into electrical energy. Solar heating is used for water heating systems as one example. A panel with water pipes in it collects heat energy from the Sun and transfers that heat energy to the water in the pipes to provide hot water. Light energy can be transformed into electrical energy that is used immediately or stored in batteries. Photovoltaic (PV) panels are devices that are used to convert light energy into electrical energy.

Energy can only change from one form to another. It cannot be created or destroyed. This is the Law of Conservation of Energy.

Let's look at a solar vehicle as a simple example in the transformation of energy from one form to another.

Sunlight hits the PV panel and the panel transforms the light energy into electrical energy. The electrical energy (electricity) passes through the wire circuit to the motor. The motor transforms the electrical energy into mechanical energy and spins the drive shaft which spins the wheel. The front wheel rotates on the

ground to pull the car transforming mechanical energy into vehicle motion (kinetic energy).

Solar Vehicle Ideal Energy Chain:

Light Energy → Electrical Energy → Mechanical Energy → Kinetic Energy

The above case is ideal because not all systems are perfect and in reality there will be losses of energy from our system.

In a simplified view of this case some losses will be from:

- friction of electrons passing through the wires; this is released as heat energy although you may never notice it in the case of the solar explorer.
- friction of the wheel on the ground; this is released as either heat or sound energy.

Even with these losses the law of conservation of energy still holds. The amount of energy into a system will always equal the amount of energy out of a system. If energy cannot be created and can only be transformed from one form to another, how do we get heat and light energy from the Sun?

(Taken from <http://www.solarsam.com/about-solar-energy/energy.html>)

## EXERCISES

### 1 True or false?

- a. A Solar Panel destroys energy.  T  F
- b. A PV converts light energy into electrical energy.  T  F
- c. Light energy cannot be transformed into electrical energy.  T  F
- d. Friction of electrons releases heat energy.  T  F

### 2 Match the stages of the Solar Vehicle energy system with the form of energy involved.

Sunlight hits the PV panel.	Mechanical Energy
The energy transformed by the PV panel passes through the wire circuit to the motor.	Kinetic Energy
The energy transformed by the motor spins the wheel.	Light Energy
The rotation of the front wheel transforms energy into vehicle motion.	Electrical Energy

### 3 Match questions and answers.

QUESTIONS		ANSWERS	
<b>A</b>	What happens to energy according to the law of Conservation of Energy?	<b>1</b>	Energy transforms three times in the solar vehicle example.
<b>B</b>	How many times is energy transformed in the solar vehicle example?	<b>2</b>	Energy cannot be created or destroyed, it can only change from one form to another.
<b>C</b>	How does a solar panel work?	<b>3</b>	It collects heat energy from the Sun and transfers it to the water providing hot water.

<b>A</b> .....	<b>B</b> .....	<b>C</b> .....
----------------	----------------	----------------



## Kepler's three laws

In the early 1600s, Johannes Kepler proposed three laws of planetary motion. Kepler was able to summarize the carefully collected data of his mentor – Tycho Brahe – with three statements that described the motion of planets in a Sun-centered solar system.

Kepler's first law explains that planets are orbiting the Sun in a path described as an ellipse. An ellipse is a special curve in which the sum of the distances from every point on the curve to two other points is a constant. The two other points are known as the foci of the ellipse. The closer together that these points are, the more closely that the ellipse resembles the shape of a circle. In fact, a circle is the special case of an ellipse in which the two foci are at the same location.

Kepler's second law – sometimes referred to as the law of equal areas – describes the speed at which any given planet will move while orbiting the Sun. The speed at which any planet moves through space is constantly changing. A planet moves fastest when it is closest to the Sun and slowest when it is furthest from the Sun. Yet, if an imaginary line were drawn

from the centre of the planet to the centre of the Sun, that line would sweep out the same area in equal periods of time. The areas formed when the Earth is closest to the Sun can be approximated as a wide but short triangle; whereas the areas formed when the Earth is furthest from the Sun can be approximated as a narrow but long triangle. These areas are the same size.

Kepler's third law compares the orbital period and radius of orbit of a planet to those of other planets. Unlike Kepler's first and second laws that describe the motion characteristics of a single planet, the third law makes a comparison between the motion characteristics of different planets. The comparison being made is that the ratio of the squares of the periods to the cubes of their average distances from the Sun is the same for every one of the planets.

(Taken from <http://www.physicsclassroom.com/class/circles/u6l4a.cfm>)

## EXERCISES

### 1 True or false?

- a. Kepler was Ticho Brahe's mentor.  T  F
- b. Kepler's third law makes a comparison between different planets.  T  F
- c. According to Kepler's laws the Sun orbits the planets.  T  F
- d. A circle is the special case of an ellipse.  T  F

### 2 Complete.

First Law: The ..... of the planets about the Sun is ..... in shape, with the centre of the Sun being located at one ..... (The Law of Ellipses).

Second Law: An ..... line drawn from the centre of the ..... to the ..... of the planet will sweep out ..... areas in equal intervals of ..... (The Law of Equal Areas).

Third Law: The ratio of the ..... of the periods of ..... two planets is ..... to the ratio of the cubes of their average ..... from the Sun. (The Law of .....).

*imaginary • path • sun • equal • distances • equal • harmonies • squares • time • elliptical • focus • centre • any*

### 3 Match questions and answers.

QUESTIONS		ANSWERS	
A	What are the foci of an ellipse?	1	It is Kepler's second law.
B	What does Kepler's third law compare?	2	It compares the orbital period and radius of orbit of a planet to those of other planets.
C	What is the law of equal areas?	3	The sum of the distances from every point on the curve of the ellipse to two certain points is a constant, those points are called foci.

A .....	B .....	C .....
---------	---------	---------



The invention of the barometer

Early in its history, in the seventeenth century, the barometer was purely a laboratory experiment, and it was primarily used not to measure air pressure, but to create an alleged vacuum. During the time from the creation of the first barometer to the acceptance of the barometer as an instrument for measuring air pressure, debates raged across borders via letter, experiments were competitively carried out by the greatest minds of the day, and pages were filled by scientists trying to explain the phenomena observed in experiments with barometers.

It was traditionally thought (especially by the Aristotelians) that the air did not have weight. Even Galileo Galilei had accepted the weightlessness of air as a simple truth. Evangelista Torricelli, an Italian mathematician and scientist, questioned that assumption, and proposed that the air had weight, and that it was the weight of the air that held (or rather, pushed) the column of water up. He thought that the level the water stayed at (thirty-four feet) was reflective of the force of the air's weight pushing

on it. In other words, he viewed the barometer as a balance, an instrument for measurement, and because he was the first to view it this way, he is traditionally considered the inventor of the barometer.

The idea of using a heavier liquid than water was probably not Torricelli's, and Galileo himself may have suggested that other substances (including wine and mercury) would stop at a higher or lower level than water did. Regardless of who came up with the idea, Torricelli was the first to seriously take it up as an experiment.

Torricelli also noticed that the level of the fluid in the tube changed slightly each day and concluded that this was due to the changing pressure in the atmosphere. He wrote: "We live submerged at the bottom of an ocean of elementary air, which is known by incontestable experiments to have weight".

(Taken from <http://www.juliantrubin.com/bigten/torricellibarometer.html>)

EXERCISES

1 True or false?

- a. Aristotle thought that air has no weight. [T] [F]
b. Torricelli was an English mathematician. [T] [F]
c. Torricelli had the idea of using heavier liquids than water. [T] [F]
d. Torricelli is considered to be the inventor of the barometer. [T] [F]

2 Complete.

At the beginning of its ..... in the seventeenth century, the ..... was used just as a ..... experiment to create an alleged ..... Traditionally air was considered to be ....., Torricelli was the first ..... to propose that ..... could have a weight. He is ..... considered to be the ..... of the barometer. He also ..... that the level of the ..... in tube changed ..... each day, through these ..... he understood that there was a relation ..... the fluid level and ..... changes in atmosphere.

air • between • history • traditionally • scientist • noticed • slightly • laboratory • fluid • observations

• vacuum • inventor • pressure • weightless • barometer

3 Match questions and answers.

Table with 2 columns: QUESTIONS and ANSWERS. It contains three rows of matching questions and answers related to the barometer's history.



## How do fish survive in icy waters?

In cold winter months, lakes and rivers freeze over forming ice. How do aquatic animals survive in frozen lakes and ponds?

All liquids have a boiling point and a freezing point. Water boils at 100 degree Celsius (100 °C) and freezes at 0 °C. When the outside temperature falls below the freezing point of water, lakes and rivers freeze over.

Only the top layer of a lake or river freezes, underneath the frozen upper layer the water remains in its liquid form and does not freeze. Also, oxygen is trapped beneath the layer of ice. As a result, fish and other aquatic animals find it possible to live comfortably in the frozen lakes and ponds.

But why doesn't the entire body of water freeze, like a giant, lake-sized ice-cube? Generally, all liquids expand on heating, but water is an exception to this rule. If water is heated, its volume gradually decreases. At temperatures over 4 °C water starts expanding. At 4 °C, water has the least volume and maximum density. This anomalous expansion plays an important role by only freezing the upper layer in lakes and rivers. During winter months in colder countries the outside

or atmospheric temperature is very low - it drops to below freezing - and the upper layers of water in the lakes and ponds start cooling. When the temperature of the surface layers falls to 4 °C, the water body acquires maximum density and sinks down. The water that sinks down displaces water below, and the lower layers of water simultaneously rise up. This also gets cooled to 4 °C and again sinks down. When the temperature of the water body finally goes below 4 °C, the density or heaviness of water decreases and as a result water does not sink down. The surface water finally freezes at 0 °C while the lower part still remains at 4 °C. The light frozen layer of ice floats on top.

Ice does not allow heat to pass through it easily, so the freezing of the waters below is a very slow process. At depths below 30 metres, temperatures are cold and stable, but food is scarce. As a result animals have adapted to this situation by growing more slowly

(Taken from <http://www.pitara.com/discover/5wh/online.asp?story=25>)

## EXERCISES

### 1 True or false?

- a. All liquids have the same boiling point.  T  F
- b. There is no oxygen under an iced lake.  T  F
- c. At 4 °C water has its maximum volume.  T  F
- d. At depths below 30 metres, temperatures are cold and stable.  T  F

### 2 Complete.

Lakes do not freeze ..... but only their ..... layers, because water starts ..... at temperatures below 4 °C. This ..... expansion makes life ..... even under a ..... lake. When the upper ..... of water start freezing, ..... 4 °C, the body of water acquires its ..... density and ..... down, this causes a ..... of the water below, so that the lower layers of water ..... up. This process continues ..... the upper layers are ..... frozen. At that moment the ..... and heaviness of water ..... and water no longer ..... down.

Thus the ..... layer is at 0 °C whilst the lower part ..... at 4 °C.

*under • anomalous • sinks • displacement • possible • surface • remains • maximum • layers • density • frozen • completely • until • decreases • sinks • expanding • rise • completely • top*

### 3 Match questions and answers.

QUESTIONS		ANSWERS	
A	What happens to the water in lakes when the temperature of the surface layers falls to 4°C?	1	The body of water acquires its maximum density and sinks down.
B	What are the conditions for life like under a frozen surface of water?	2	When the outside temperature falls below the freezing point of water.
C	When do lakes and rivers freeze?	3	The water under a frozen surface of water does not freeze, but food is scarce.
A .....		B .....	
		C .....	



## Avogadro's law

Gay-Lussac discovered that the ratio in which gases combine to form compounds can be expressed in whole numbers: for instance, water is composed of one part oxygen and two parts hydrogen. In the language of modern chemistry, this is expressed as a relationship between molecules and atoms: one molecule of water contains one oxygen atom and two hydrogen atoms.

In the early nineteenth century, however, scientists had yet to recognise a meaningful distinction between atoms and molecules, and Avogadro was the first to achieve an understanding of the difference. Intrigued by the whole-number relationship discovered by Gay-Lussac, Avogadro reasoned that one litre of any gas must contain the same number of particles as a litre of another gas. He further maintained that gas consists of particles, which he called molecules, that in turn consist of one or more smaller particles.

In order to discuss the behaviour of molecules, Avogadro suggested the use of a large quantity as a basic unit, since molecules themselves are very small. Avogadro himself did not calculate the number of

molecules that should be used for these comparisons, but when that number was later calculated, it received the name "Avogadro's number" in honour of the man who introduced the idea of the molecule. Equal to  $6.022137 \cdot 10^{23}$ , Avogadro's number designates the quantity of atoms or molecules in a mole.

Today the mole (abbreviated mol), the SI unit for "amount of substance," is defined precisely as the number of carbon atoms in 12.01 g of carbon. The term "mole" can be used in the same way we use the word "dozen." Just as "a dozen" can refer to twelve cakes or twelve chickens, so "mole" always describes the same number of molecules. Avogadro's law describes the connection between gas volume and number of moles. According to Avogadro's law, if the volume of gas is increased under isothermal and isobarometric conditions, the number of moles also increases. The ratio between volume and number of moles is therefore a constant.

(Taken from <http://www.scienceclarified.com/everyday/Real-Life-Chemistry-Vol-1/Gases-Real-life-applications.html>)

## EXERCISES

### 1 True or false?

- a. Water is composed of one part hydrogen and two parts oxygen.  T  F
- b. Avogadro was the first to understand the difference between atoms and molecules.  T  F
- c. The mole is the SI unit for "amount of substance".  T  F
- d. Avogadro's number designates the number of atoms or molecules in a mole.  T  F

### 2 Find the mistake in each sentence and correct.

The term "mole" cannot be used in the same way we use the word "dozen."

The ratio between mass and number of moles is constant.

Avogadro's number designates the quantity of atoms or molecules in a dozen.

Avogadro suggested the use of a small quantity as a basic unit to discuss the behaviour of molecules.

The mole is defined precisely as the number of carbon atoms in 12 g of carbon.

### 3 Match questions and answers.

QUESTIONS		ANSWERS	
A	What did Gay-Lussac discover?	1	He did not, but when that number was later calculated, it received the name "Avogadro's number" in honour of the man who introduced the idea of the molecule.
B	What does Avogadro's law describe?	2	He discovered that the ratio in which gases combine to form compounds can be expressed in whole numbers.
C	Did Avogadro personally calculate "Avogadro's number"?	3	The connection between gas volume and number of moles.
A .....		B .....	
		C .....	



## How does a pressure cooker work?

To know how a pressure cooker works you must know the physics behind it. The boiling point of water is 100 °C. When boiling water in a pot with no lid, no matter how much you heat it, the temperature will never go over 100 °C because of evaporation. Also the vaporised steam is at the same temperature as the boiling water. So when you cook with a pot of water but this time with a sealed cap, as you increase the temperature, all that will happen is that the vapour will try to escape but, because it is inside a sealed environment, it will not be able to escape resulting in the build up of pressure. The temperature and pressure have a directly proportional relationship, so as one increases so does the other. Steam also has six times the heat potential when it condenses on a cold food product.

In the pressure cooker the pressure develops inside the vessel as time goes on. As pressure increases the boiling point of the water also increases. The food inside is cooked very fast because of the high boiling temperature, higher than 100 °C.

Pressure cookers operate above atmospheric pressure. Once the operating pressure is attained, the temperature in the pot stabilises at the boiling point for water at that pressure, which is about 120 °C at 2 atmospheres of pressure. Further temperature increase is prevented since the pressure is stabilized by the venting of steam from the cooking vessel.

If the temperature is raised by only 20 °C above open pot boiling, why is the cooking time so much faster? The answer is that cooking results from chemical reactions in the food, and the rate at which all chemical reactions occur depends on the temperature. The temperature dependence of reactions is variable, but a rough rule of thumb is that the rate will double for every 10 °C increase in temperature. Therefore the reactions that occur during cooking will occur roughly 4 times faster in a pressure cooker at 120 °C, and the food will cook in one quarter of the time.

(Taken from [http://wiki.answers.com/Q/How\\_does\\_a\\_pressure\\_cooker\\_work](http://wiki.answers.com/Q/How_does_a_pressure_cooker_work))

## EXERCISES

### 1 True or false?

- a. Temperature and pressure are indirectly proportional.  T  F
- b. Steam has less heat potential when it condenses.  T  F
- c. Pressure cannot increase the boiling point of water.  T  F
- d. Water boiling in a pot with no lid will never exceed a temperature of 100 °C.  T  F

### 2 Complete.

A ..... cooker is a very ..... cooking instrument, because it makes ..... cook faster. This is possible because of a ..... in the boiling point of water due to higher ..... When you close a ..... and increase the temperature the pressure will ....., because pressure and temperature are ..... proportional. .... pressure makes the ..... point of water increase, and the higher temperature makes the ..... reactions in food work faster.

For this reason food cooks ..... when you use a pressure cooker

*pressure • food • pot • pressure • faster • increase • change • higher • direct • chemical • useful • boiling*

### 3 Match questions and answers.

QUESTIONS		ANSWERS	
<b>A</b>	How does temperature stabilise inside a pressure cooker?	<b>1</b>	The venting of steam prevents the temperature from continuing to increase.
<b>B</b>	What happens inside a pressure cooker when the pressure increases?	<b>2</b>	Because the rate of chemical reactions that cause the cooking doubles with every 10 °C increase in temperature.
<b>C</b>	Why is the cooking time 4 times faster if the cooking temperature is just 20 °C higher than the normal boiling point of water?	<b>3</b>	The boiling point of water also increases, so that food is cooked at a temperature higher than 100 °C.

**A** .....      **B** .....      **C** .....