IN LABORATORIO
Gli urti elastici
Il centro di massa

3 La quantità di moto

SIMULAZIONE
Moto circolare

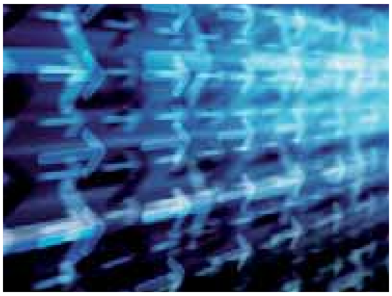
4 La dinamica dei corpi in rotazione

SIMULAZIONE
Gravità e orbite

5 La gravitazione

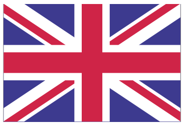
6 Dinamica dei fluidi

Elementi di trigonometria e vettori



Il moto parabolico

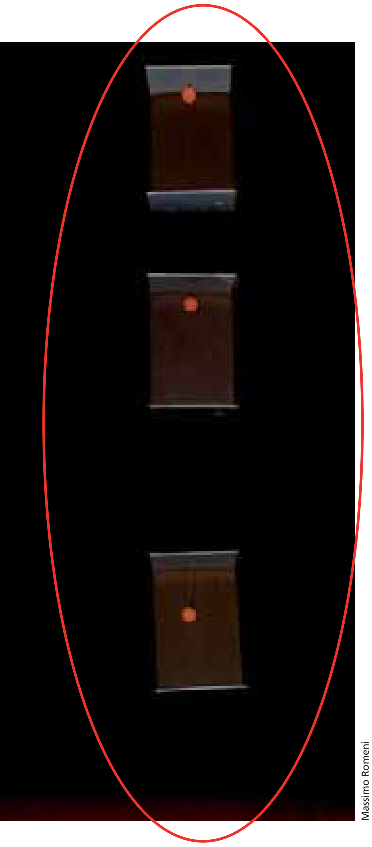
Physics in English



- La legge vale solo se la velocità del corpo è così elevata (almeno 5 m/s) che il corpo lascia dietro sé una scia di aria turbolenta.
- La resistenza aerodinamica cresce con il quadrato della velocità: se la velocità raddoppia, la resistenza quadruplica.

Esempi

Goccia di pioggia di raggio 1 mm	$4 \cdot 10^{-5}$ N
Paracadutista di 80 kg	$8 \cdot 10^{2}$ N
Automobile a 130 km/h	$1 \cdot 10^{3}$ N


Massimo Romeni

La pallina e la scatola nella foto a lato sono lasciate cadere nello stesso istante: la scatola ha una sezione molto maggiore della pallina e quindi il suo moto viene rallentato maggiormente dall'aria.

QUANTO? In alto per consumare meno

Gli aerei di linea volano a quote attorno ai 9 km perché a quell'altezza la densità dell'aria, e quindi il coefficiente C, è circa il 40% del valore a livello del mare. Così facendo risparmiano circa il 60% di carburante.

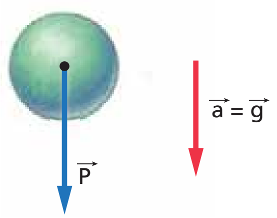
La velocità limite

Finora abbiamo trascurato l'attrito dell'aria sui corpi in caduta. Per valutarne gli effetti, consideriamo un corpo di massa m che inizia a cadere da fermo.

1 Inizialmente $v = 0$ m/s e l'unica forza che agisce sul corpo è il suo peso mg, quindi:

$$mg = ma \quad \Rightarrow \quad a = g$$

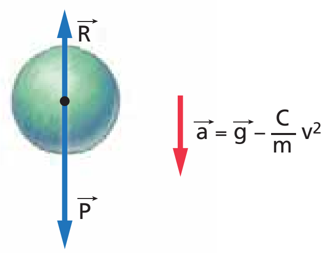
Pertanto l'accelerazione iniziale è g.



2 All'aumentare di v aumenta la resistenza aerodinamica $R = Cv^2$ e diminuisce l'accelerazione:

$$mg - Cv^2 = ma \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad a = g - \frac{C}{m}v^2$$



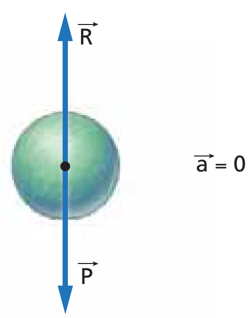
3 Il modulo della resistenza aumenta fino a diventare uguale al peso: $R = mg$, ossia:

$$mg - Cv^2 = 0$$

Ciò avviene per la **velocità limite** v_{lim}:

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{mg}{C}} \qquad (4)$$

Da questo momento il corpo cade con la velocità costante v_{lim}.



Risultato numerico

$R = 5{,}9 \cdot 10^2$ N

$v = 90$ km/h $= 25$ m/s

$$C = \frac{5{,}9 \cdot 10^2 \text{ N}}{(25 \text{ m/s})^2} = 0{,}94 \text{ Ns}^2/\text{m}^2$$

56 Due sfere di identico diametro vengono lasciate cadere in aria. La velocità limite di una è il doppio dell'altra.

▶ Quanto vale il rapporto tra le loro masse? [4]

57 Un corpo di 0,60 kg scivola senza attrito su un lungo piano inclinato di 30°. Sul corpo agisce la resistenza aerodinamica $R = (-0{,}80\,\text{kg/m})\,v^2$.

▶ Calcola la velocità limite del corpo. [1,9 m/s]

58 Un paracadute crea una resistenza dell'aria sufficiente a far scendere un paracadutista di 80 kg a una velocità costante di 6,0 m/s.

▶ Calcola il valore del coefficiente *C*.

Un paracadutista acrobatico raggiunge i 60 m/s prima di aprire il paracadute.

▶ Calcola la forza iniziale, diretta verso l'alto, esercitata dal paracadute sul paracadutista, a 60 m/s, se il paracadute si apre istantaneamente.

▶ Spiega perché è importante che il paracadute impieghi qualche secondo per aprirsi.

[22 kg/m; 79 kN]

59 Nelle competizioni di nuoto gli atleti utilizzano costumi interi realizzati in un materiale sintetico appositamente studiato per ridurre l'attrito con l'acqua del 4,0%. Un atleta che nuota i 200 metri stile libero in 1′50″ indossa un costume di questo tipo.

▶ Calcola di quanto si riduce il suo tempo. [2,2 s]

60 L'equazione del moto di un corpo di massa m che cade nell'aria è $mg - Cv^2 = ma$, dove C è il coefficiente della resistenza aerodinamica del corpo $R = -Cv^2$.

▶ Dimostra che l'accelerazione del corpo è data dalla relazione $a = \left(1 - v^2/v_l^2\right)g$, dove v_l è la velocità limite del corpo.

▶ Traccia in un grafico l'andamento qualitativo dell'accelerazione in funzione del tempo.

61 Quando un ciclista viaggia in pianura la resistenza dell'aria è il principale attrito a cui è sottoposto. Un ciclista esercita la stessa forza sia per viaggiare in pianura a 42 km/h sia per salire lungo una salita del 3,5% a 15 km/h. La massa totale del ciclista e della bicicletta è 72 kg.

▶ Quanto vale il coefficiente *C*? [0,21 Ns²/m²]

6 La forza elastica

62 QUANTO?

La scala graduata del dinamometro in figura è lunga 4 cm.

▶ Quanto vale la costante elastica della molla? [6 kN/m]

www.ulm.it

63 QUANTO?

Durante un salto di *bungee jumping* l'elastico si allunga del 200%, la sua costante elastica è di 100 N/m e il salto in totale è stato di 30 m.

▶ Quanto vale la forza che agisce sul saltatore nel punto più basso? [2 kN]

Eassab / Shutterstock

64 La costante elastica di una molla è $k = 150$ N/m.

▶ Di quanto si allunga la molla se si applica a essa una forza di 6,24 N? [4,16 cm]

65 Per comprimere una molla di 3,0 cm è necessaria una forza di $1{,}0 \cdot 10^2$ N.

▶ Calcola la forza necessaria per comprimere la molla di 5,0 cm. [$1{,}7 \cdot 10^2$ N]

CAPITOLO

2 Lavoro ed energia

Photography Match

1 Lavoro di una forza

La grandezza fisica **lavoro** è legata all'azione di una forza lungo uno spostamento. Più precisamente, una forza compie lavoro su un corpo solo quando si realizzano le due condizioni seguenti:

- il corpo si sposta sotto l'azione della forza;
- la forza ha un componente non nullo lungo la direzione dello spostamento.

Lavoro di una forza costante

In termini generali, il **lavoro di una forza costante** è definito nel modo seguente.

Una forza costante $\vec{F}$ agisce su un corpo lungo uno spostamento $\vec{s}$. Indicato con $F_{\parallel}$ il modulo del componente della forza parallelo allo spostamento, il **lavoro** compiuto dalla forza è

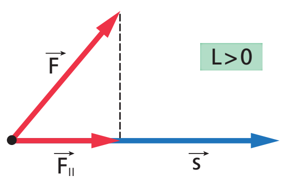
$$\begin{aligned} L &= +F_{\parallel}s \quad \text{se } \vec{F}_{\parallel} \text{ ha lo stesso verso di } \vec{s} \\ L &= -F_{\parallel}s \quad \text{se } \vec{F}_{\parallel} \text{ ha verso opposto a } \vec{s} \end{aligned} \tag{1}$$

DENTRO LA FORMULA

- L'unità di misura del lavoro è il *newton per metro*, a cui si dà il nome di *joule* (J):

$$1\ \text{J} = (1\ \text{N})(1\ \text{m}) = (1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2)(1\ \text{m}) = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

- Il lavoro è una grandezza scalare perché è il prodotto di due scalari: il modulo di una forza e il modulo di uno spostamento.
- Quando $\vec{F}_{\parallel}$ ha lo stesso verso di $\vec{s}$, la forza contribuisce al movimento del corpo su cui agisce con un lavoro positivo, detto **lavoro motore**.



- Il valore di U_P dipende solo dai punti O e P e non dal percorso scelto fra O e P perché la forza $\vec{F}$ è conservativa.
- Non esiste l'energia potenziale associata a una forza non conservativa proprio perché avrebbe valori diversi a seconda del percorso tra O e P scelto per calcolarla.
- L'energia potenziale U_P è negativa se la forza $\vec{F}$ compie un lavoro positivo nello spostamento da O a P, mentre è positiva se $\vec{F}$ compie un lavoro negativo da O a P.

Per calcolare l'energia potenziale mediante la (10) si considera il lavoro che la forza conservativa $\vec{F}$ compie su un corpo, per esempio il lavoro che la gravità compie su un tuffatore. Ma $\vec{F}$ è dovuta all'azione di altri corpi: la forza peso del tuffatore è dovuta all'attrazione della Terra. In questo caso l'energia potenziale gravitazionale è una proprietà del sistema tuffatore-Terra nel suo insieme. In generale:

l'energia potenziale è una proprietà del **sistema** formato dai corpi che interagiscono.

Quando il tuffatore sale sul trampolino cambia l'energia potenziale gravitazionale del sistema tuffatore-Terra. Il moto della Terra è però trascurabile rispetto a quello del tuffatore: per semplicità si parla quindi di *energia potenziale del tuffatore*.

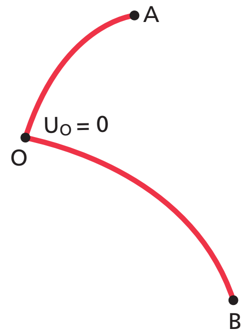
Nei casi come questo, in cui un corpo si muove e le altre componenti del sistema hanno moti trascurabili, si parla per semplicità di *energia potenziale del corpo* e non di *energia potenziale del sistema*.

Differenza di energia potenziale e lavoro

L'energia potenziale di un corpo in un punto P dipende dalla scelta dello zero dell'energia potenziale, cioè del punto O in cui si fissa $U_O = 0$. Abbiamo incontrato questa situazione anche nel caso di altre grandezze fisiche:

- l'origine del sistema di riferimento in cui misurare la posizione di un corpo può essere scelta in modo arbitrario; lo spostamento fra due posizioni è indipendente da questa scelta;
- l'istante $t = 0$ s da cui iniziare la misura dei tempi è arbitrario; l'intervallo di tempo fra due istanti non dipende dalla scelta fatta per l'istante iniziale.

Per le grandezze posizione e tempo l'informazione significativa dal punto di vista fisico non risiede nel valore della grandezza ma nella differenza dei valori che la grandezza assume nel corso della misurazione. Questo accade anche nel caso dell'energia potenziale: l'informazione significativa non è data dal valore dell'energia potenziale ma dal valore della *differenza di energia potenziale* fra i punti iniziale e finale. Infatti



il lavoro che una forza conservativa compie su un corpo che si sposta da A a B è uguale alla differenza fra il valore iniziale e il valore finale della corrispondente energia potenziale:

$$L_{A \to B} = U_A - U_B \tag{11}$$

Per dimostrare la (11), osserviamo che il lavoro $L_{A \to B}$ non dipende dal cammino percorso; lo possiamo calcolare lungo un percorso $A \to O \to B$ che passa per il punto O scelto come zero dell'energia potenziale:

$$L_{A \to B} = L_{A \to O} + L_{O \to B}$$

DENTRO LA FORMULA

- La potenza è il rapporto di due grandezze scalari, quindi è una grandezza scalare.
- Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della potenza è J/s o *watt* (W), dal nome dello scozzese James Watt (1736-1819):

$$1\ \text{W} = 1\ \text{J/s}$$

- La potenza di 1 W è piccola (corrisponde ad alzare 1 kg di 10 cm ogni secondo); per questo motivo si usano i multipli del watt:

$$1\ \text{kW} = 1 \cdot 10^3\ \text{W} \qquad 1\ \text{MW} = 1 \cdot 10^6\ \text{W}$$

- La potenza dei motori è ancora fornita in *cavalli vapore* (CV), un'unità che non appartiene al Sistema Internazionale:

$$1\ \text{CV} = 735{,}7\ \text{W} = 0{,}7357\ \text{kW}$$

- La potenza esprime il lavoro compiuto nell'unità di tempo.

QUANTO? Una rampa in salita

Una ragazza di 60 kg che sale in 10 s una rampa di scale alta 3,5 m produce una potenza pari a:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} =$$

$$= \frac{(60\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(3{,}5\ \text{m})}{10\ \text{s}} = 2{,}1 \cdot 10^2\ \text{W}$$

Per salire la rampa in soli 5 s deve produrre una potenza doppia ($4{,}2 \cdot 10^2$ W): una persona poco allenata riesce a produrre una potenza del genere solo per brevi periodi.

Una definizione alternativa

Il lavoro comporta la trasformazione di energia da una forma a un'altra. La potenza tiene conto della rapidità con cui viene trasformata l'energia:

la potenza media $\overline{P}$ è il rapporto fra l'energia trasformata e l'intervallo di tempo impiegato nella trasformazione

$$\overline{P} = \frac{\text{energia trasformata}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{E}{\Delta t} \qquad (21)$$

Questa definizione consente di comprendere le indicazioni di potenza che si leggono nei dispositivi di uso comune. Per esempio:

- un asciugacapelli da 2 kW converte energia elettrica in energia termica e meccanica al ritmo di $2 \cdot 10^3$ J/s;
- una lampada da 22 W converte energia elettrica in energia termica e luminosa al ritmo di 22 J/s;
- una caldaia a gas da 24 kW converte $2{,}4 \cdot 10^4$ J/s di energia chimica in energia termica e meccanica.

Il nostro organismo necessita di una potenza minima, detta **metabolismo basale**, per svolgere le funzioni vitali, come la respirazione e la circolazione sanguigna. Per un uomo di 70 kg è circa 80 W.

Potenza a velocità costante

Una forza $\vec{F}$ che muove un corpo a velocità costante v per un tratto Δs compie un lavoro $L = F\Delta s$. In questa situazione la potenza erogata è

$$P = \frac{L}{\Delta t} = F\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Essendo $v = \Delta s/\Delta t$ la velocità con cui si muove il corpo, la potenza è

$$\boxed{P = Fv} \tag{22}$$

QUANTO? Potenza e resistenza

Un'automobile di media cilindrata necessita di una potenza di $1{,}5 \cdot 10^4$ W per procedere a 100 km/h (28 m/s). La risultante delle forze di attrito e di resistenza aerodinamica che si oppongono al moto è

$$F = \frac{P}{v} = \frac{1{,}5 \cdot 10^4\ \mathrm{W}}{28\ \mathrm{m/s}} = 5{,}4 \cdot 10^2\ \mathrm{N}$$

MINDBUILDING La morale è sempre quella: vai piano!

Quando un'automobile viaggia a grande velocità, diciamo oltre i 100 km/h, si può ritenere che la resistenza aerodinamica sia la forza più intensa che si oppone al moto. È quindi una buona approssimazione considerarla l'unica forza che ostacola il moto. La resistenza aerodinamica dipende dalla velocità secondo la legge $R = Cv^2$, dove C è un coefficiente che dipende dalla forma dell'automobile. L'automobile si muove a velocità costante se il motore esercita una spinta uguale e contraria alla resistenza aerodinamica. Quindi la potenza che il motore deve erogare per mantenere l'automobile alla velocità v è

$$P = Rv = Cv^3$$

Maksim Toome/Shutterstock

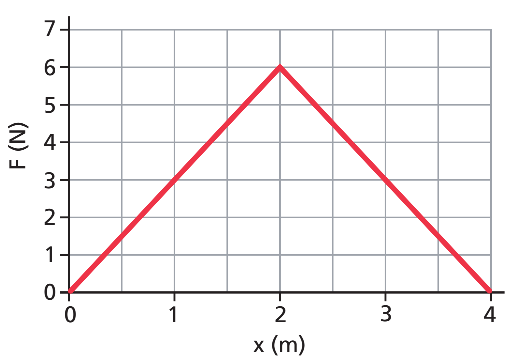
La potenza cresce con il cubo della velocità: per aumentare la velocità del 50%, passando da v a $1{,}5v$, bisogna erogare una potenza $1{,}5^3$ volte maggiore e quindi consumare una quantità di carburante 3,4 volte maggiore ($1{,}5^3 = 3{,}4$).

2 Lavoro di una forza che dipende dalla posizione

14 **QUANTO?**
Un tiro di corda da alpinismo lungo 50 m è sottoposto a una tensione di 500 N e si allunga di 80 cm.
▶ Quanto lavoro compie? [$-2 \cdot 10^2$ J]

15 Uno strano congegno è costruito in modo da esercitare una forza repulsiva costante di 10 N sugli oggetti che sono a una distanza inferiore a 4 cm da esso. Questa forza si annulla di colpo a 4 cm e subito diventa attrattiva, ma con un'intensità di soli -2 N fino a 12 cm di distanza dal congegno. Da qui in avanti la forza esercitata sugli oggetti è nulla.
▶ Disegna il grafico della forza in funzione della distanza.
▶ Calcola il lavoro che fa questo congegno per spostare un oggetto da 2 cm a 10 cm di distanza. [80 J]

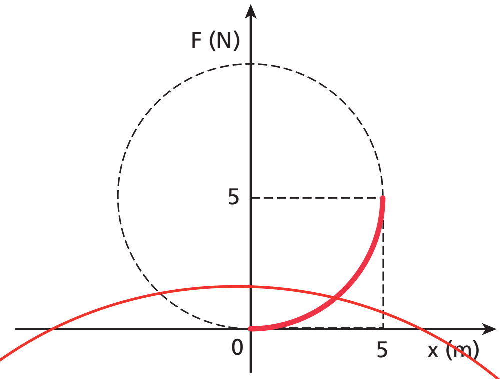
16 Un particolare congegno dà origine a una forza che dipende dalla posizione e che è rappresentata nel grafico. Un oggetto di massa 2,0 kg arriva nel raggio d'azione di questa forza, nel punto $x = 0$ m, con una velocità $v_0 = 3{,}0$ m/s.
▶ Calcola il lavoro compiuto dalla forza quando l'oggetto si sposta da $x = 0$ m a $x = 4$ m.
▶ È maggiore la velocità in $x = 0$ m o in $x = 2$ m? Perché?
▶ È maggiore la velocità in $x = 2$ m o in $x = 4$ m? Perché? [12 J; in $x = 2$ m, perché il lavoro è positivo: in $x = 4$ m, perché il lavoro è positivo]



17 Una particolare forza dipende dalla distanza x secondo la formula

$$F = 5 - \sqrt{25 - x^2}$$

da $x = 0$ m fino alla distanza di 5 m (F in newton, x in metri).
▶ Qual è il lavoro fatto da questa forza su un oggetto che si sposta da $x = 0$ m a $x = 5$ m (figura)? [$L = 25\,(1 - \pi/4)$ J $= 5{,}4$ J]



18 Per comprimere lentamente l'aria in una siringa vuota e tappata, occorre una forza che aumenta man mano che lo stantuffo avanza. Per una siringa di lunghezza $l_0 = 10$ cm e di volume complessivo 60 mL, la forza è approssimativamente data dalla formula

$$F = F_0 \frac{x}{l_0 - x} \qquad 0 < x < 0{,}7\, l_0$$

dove $F_0 = 60$ N e x è lo spostamento dello stantuffo dalla posizione iniziale.
▶ Disegna il grafico della forza in funzione di x.
▶ Suddividendo in almeno quattro parti il percorso, calcola approssimativamente il lavoro necessario a comprimere di $x = l_0/2$ lo stantuffo. [$L \approx 1{,}2$ J]

3 Energia cinetica

19 **QUANTO?**
Quanta energia cinetica possiede un pallone da calcio di 430 g che viaggia a circa 20 m/s? [$9 \cdot 10$ J]

20 **QUANTO?**
Quanta energia cinetica possiede un proiettile di 20 g sparato a 10^3 m/s? [$1 \cdot 10^4$ J]

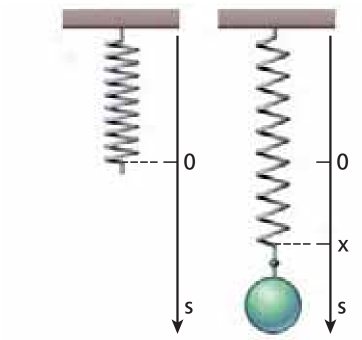
21 In una gara di lancio del martello, un atleta imparisce all'attrezzo, di massa 7,3 kg, una velocità iniziale di 29 m/s.
▶ Calcola il lavoro compiuto per lanciare il martello. [$3{,}1 \cdot 10^3$ J]

22 A 20 °C l'energia cinetica media di una molecola di ossigeno è circa $6 \cdot 10^{-21}$ J. La massa della molecola è $5 \cdot 10^{-26}$ kg.

ESERCIZI

▶ Determina x.
▶ Verifica che l'energia potenziale elastica è minima.

[$x = mg/k$; $kx^2/2 - mgx$; il vertice è in $x = mg/k$]



45 ●●● Le molle precompresse sono molle le cui spire si toccano, per cui non sono comprimibili; inoltre se si vuole produrre un allungamento è necessario superare una forza iniziale F_0. Considera una molla di costante elastica $k = 40$ N/cm, precompressa con una forza $F_0 = 20$ N.
▶ Calcola il lavoro necessario ad allungare la molla di 10 cm.
▶ Disegna il grafico dell'energia potenziale.

[21 J; arco di parabola: $U = F_0 x + kx^2/2\ (x > 0)$]

8 La conservazione dell'energia meccanica

46 ●○○ **QUANTO?**
Un tuffatore di 60 kg si lascia cadere da una piattaforma di 5 m.
▶ Qual è la velocità del tuffatore a metà altezza?

[7 m/s]

47 ●○○ **QUANTO?**
Una atleta di 50 kg salta da 2 m di altezza su un tappeto elastico: nel rimbalzo sale fino a 1,6 m.
▶ Quanta energia è stata dissipata? [$2 \cdot 10^2$ J]

48 ●○○ **QUANTO?**
In una rimessa da fondocampo, il portiere manda il pallone a 18 m di altezza. Trascura l'attrito dell'aria.
▶ Quant'era la velocità iniziale in direzione verticale? [$2 \cdot 10$ m/s]

49 ●○○ Un vaso di massa 3,0 kg, cadendo da un balcone, passa davanti a una finestra e, nell'attraversarla, la sua energia cinetica cambia da 25 J a 70 J.
▶ Calcola l'altezza della finestra. [1,5 m]

50 ●○○ Un fucile a molla spara verso l'alto un proiettile di 13 g. Il proiettile raggiunge l'altezza di 4,5 m dal livello che ha la molla in condizioni di riposo. Trascura la resistenza dell'aria.
▶ Calcola il lavoro fatto dalla molla sul proiettile.

[0,57 J]

51 ●●○ La velocità della Terra all'afelio, cioè nel punto più lontano dal Sole, è 29,3 km/s, mentre al perielio, cioè nel punto più vicino al Sole, è 30,3 km/s. La massa della Terra è $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg.
▶ Determina il lavoro fatto sulla Terra dalla forza di gravità tra l'afelio e il perielio. [$1{,}78 \cdot 10^{32}$ J]

52 ●●○ Un proiettile di massa 0,80 kg è stato lanciato da terra con un certo angolo. Nel punto più alto della sua traiettoria si trova a 20 m d'altezza e ha una velocità di 7,5 m/s.
▶ Calcola l'energia totale del proiettile.
▶ Con quale velocità iniziale è stato lanciato?
▶ Con quale angolo è stato lanciato?

[0,18 kJ; 21 m/s; 69°]

53 ●●○ Un proiettile di 0,75 kg è lanciato verticalmente a 18 m/s.
▶ Determina l'altezza a cui salirebbe se non ci fosse l'attrito dell'aria.
▶ Calcola l'energia dissipata dall'attrito dell'aria nel caso il proiettile arrivi solo a 15 m. [17 m; 11 J]

54 ●●○ Un piano inclinato è lungo 50 cm e alto 30 cm. Un blocco è in cima al piano inclinato e inizia a scivolare. Arrivato in fondo al piano inclinato prosegue per 60 cm e si ferma. Sia il piano inclinato sia il piano orizzontale sul quale il blocco prosegue la corsa sono fatti dello stesso materiale, perciò il coefficiente d'attrito cinetico tra essi e il blocco è lo stesso.
▶ Quanto vale questo coefficiente d'attrito? [0,3]

55 ●●○ A una molla di lunghezza (a riposo) pari a 20 cm e costante elastica $k = 20$ N/m è attaccata una massa di 510 g. La molla è appesa al soffitto. La massa viene sollevata fino a che la molla si accorcia di 10 cm e poi è lasciata andar giù.
▶ Di quanto scende la massa prima di fermarsi?

[70 cm]

72 **L'attrito dell'alta velocità**

Il treno ad alta velocità usato nelle ferrovie italiane è il modello ETR 500. Il treno raggiunge la velocità di 300 km/h e la potenza installata è di 8800 kW.

▶ Calcola la forza di attrito complessiva. [106 kN]

73 **Ferrovie di montagna**

Un trenino di montagna avente una massa di 200 t sale di 510 m in un viaggio di 30 km effettuato alla velocità media di 25 km/h. La forza d'attrito è circa il 2% del peso.

▶ Determina l'energia cinetica del treno.
▶ Calcola la variazione totale di energia potenziale.
▶ Quanto vale il lavoro compiuto contro la forza d'attrito?
▶ Calcola la potenza media sviluppata dai motori del treno mentre viaggia in salita a velocità costante. [4,8 MJ; 1,0 GJ; 1,2 GJ; 0,5 MW]

74 **La velocità di una freccia**

Per spingere una freccia dentro una balla di paglia compatta occorre una forza di circa 300 N. Una freccia da 600 grani (1 grano sono circa 65 mg) lanciata dall'arco si conficca per circa 30 cm.

▶ Determina la velocità della freccia. [≈ 240 km/h]

75 **L'arma finale**

L'ordigno più potente mai costruito dall'uomo è la bomba all'idrogeno chiamata «Bomba Zar», realizzata dall'ex URSS nel 1961. La sua energia liberata era di 57 megatoni (1 megatone $= 4{,}2 \cdot 10^{15}$ J). Utilizza i dati del problema 76.

▶ In quanto tempo le cascate del Niagara dissipano la stessa quantità di energia? [8 anni e 2 mesi]

76 **Pedalare contro l'aria**

Per effetto della resistenza aerodinamica è molto più faticoso pedalare a 40 km/h che a 30 km/h. In pianura e con una bicicletta da corsa, a 30 km/h il ciclista deve fornire circa 0,17 kW, mentre a 40 km/h deve fornire circa 0,36 kW.

▶ Calcola quanta energia a kilometro si consuma a 30 km/h e quanta se ne consuma a 40 km/h. [$2{,}0 \cdot 10^4$ J/km a 30 km/h; $3{,}2 \cdot 10^4$ J/km a 40 km/h]

77 **Rapporto di forze**

Il freno a disco è stato inventato da Frederick William Lanchester a Birmingham nel 1902, ma la sua diffusione è avvenuta molto più tardi e, nel motociclismo, solo a 90 anni di distanza. Il suo funzionamento si basa sul dissipare l'energia cinetica del mezzo tramite l'attrito fra un disco di acciaio e delle pastiglie realizzate con un mix di metalli. Considera due dischi, uno con diametro $d_1 = 200$ mm e l'altro con diametro $d_2 = 250$ mm.

▶ Calcola il rapporto tra le forze d'attrito per frenare nella stessa distanza. [$F_1/F_2 = 5/4$]

78 **Pistola ad acqua over-size**

Al centro del lago di Ginevra si trova il Jet d'Eau, che come dice il nome è un enorme getto d'acqua visibile anche dagli aerei. La fontana lancia fino a 140 m di altezza 500 l d'acqua ogni secondo.

▶ A quale velocità esce l'acqua dalla fontana?
▶ Calcola quanta energia consuma in un giorno il Jet d'Eau. [190 km/h; $5{,}9 \cdot 10^{10}$ J]

ESERCIZI

CAPITOLO 3

La quantità di moto

Bioraven / Shutterstock

1 La quantità di moto

Una nuova grandezza

In fisica si introducono nuove grandezze quando esse consentono di evidenziare proprietà fondamentali dei sistemi fisici. La **quantità di moto** è una grandezza importante della dinamica perché per essa vale una legge di conservazione.

La **quantità di moto** di un corpo di massa m che si muove a velocità $\vec{v}$ è il vettore

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{1}$$

DENTRO LA FORMULA

- La quantità di moto è il prodotto di uno scalare m e di un vettore $\vec{v}$, quindi è un vettore che ha:
  – stessa direzione e stesso verso del vettore velocità $\vec{v}$;
  – modulo uguale al prodotto della massa del corpo per il modulo della sua velocità:

$$p = mv$$

  – l'unità di misura di p è $\text{kg} \cdot \text{m/s}$.
- La quantità di moto totale $\vec{p}_{\text{tot}}$ di un sistema composto da N corpi è la risultante delle quantità di moto di ciascun corpo:

$$\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots$$

Quantità di moto e secondo principio della dinamica

La quantità di moto di un corpo cambia quando su di esso agisce una forza totale non nulla.

2 **Bersaglio massiccio.** La massa del bersaglio è molto maggiore di quella del proiettile ($m_2 \gg m_1$), quindi

$$v_{\mathrm{f}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\, v_{1\mathrm{i}} \approx \frac{0}{0 + m_2}\, v_{1\mathrm{i}} = 0$$

La velocità finale è praticamente uguale alla velocità iniziale del bersaglio, cioè è nulla.

Massimo Romeni

Urto completamente anelastico in due dimensioni

Supponiamo che l'urto avvenga su un piano e indichiamo le due direzioni con gli assi x e y. La conservazione della quantità di moto

$$m_1 \vec{v}_{1\mathrm{i}} + m_2 \vec{v}_{2\mathrm{i}} = m_1 \vec{v}_{1\mathrm{f}} + m_2 \vec{v}_{2\mathrm{f}}$$

è una relazione vettoriale che dà luogo alle due equazioni scalari:

$$\begin{aligned} m_1 v_{x\,1\mathrm{i}} + m_2 v_{x\,2\mathrm{i}} &= m_1 v_{x\,1\mathrm{f}} + m_2 v_{x\,2\mathrm{f}} \\ m_1 v_{y\,1\mathrm{i}} + m_2 v_{y\,2\mathrm{i}} &= m_1 v_{y\,1\mathrm{f}} + m_2 v_{y\,2\mathrm{f}} \end{aligned} \qquad (13)$$

L'urto è completamente anelastico, quindi i due corpi hanno la stessa velocità finale:

$$v_{x\,1\mathrm{f}} = v_{x\,2\mathrm{f}} = v_{x\,\mathrm{f}} \qquad v_{y\,1\mathrm{f}} = v_{y\,2\mathrm{f}} = v_{y\,\mathrm{f}}$$

Sostituendo nelle equazioni (13) otteniamo in definitiva le due equazioni:

$$\begin{aligned} m_1 v_{x\,1\mathrm{i}} + m_2 v_{x\,2\mathrm{i}} &= (m_1 + m_2)\, v_{x\,\mathrm{f}} \\ m_1 v_{y\,1\mathrm{i}} + m_2 v_{y\,2\mathrm{i}} &= (m_1 + m_2)\, v_{y\,\mathrm{f}} \end{aligned} \qquad (14)$$

che consentono di calcolare le due componenti della velocità finale a partire dalla conoscenza delle velocità iniziali. Notiamo che ciascuna delle equazioni (14) corrisponde all'equazione (12), valida nel caso di urto in una dimensione.

IN LABORATORIO

Gli urti elastici
- Video (1 minuto)
- Test (3 domande)

6 Urti elastici

Nel caso di un urto elastico fra due corpi

- la quantità di moto totale si conserva $\vec{p}_{\mathrm{i\,tot}} = \vec{p}_{\mathrm{f\,tot}}$;
- l'energia cinetica totale si conserva $K_{\mathrm{i\,tot}} = K_{\mathrm{f\,tot}}$.

Notiamo che l'energia cinetica di ciascun corpo può cambiare: quello che rimane costante è la somma delle energie cinetiche dei due corpi.

Urto elastico in una dimensione

Le due leggi di conservazione (della quantità di moto $\vec{p}$ e dell'energia cinetica K) danno luogo alle due equazioni seguenti:

$$\begin{cases} m_1 v_{1\mathrm{i}} + m_2 v_{2\mathrm{i}} = m_1 v_{1\mathrm{f}} + m_2 v_{2\mathrm{f}} & \text{conservazione di } \vec{p} \\ \dfrac{1}{2} m_1 v_{1\mathrm{i}}^2 + \dfrac{1}{2} m_2 v_{2\mathrm{i}}^2 = \dfrac{1}{2} m_1 v_{1\mathrm{f}}^2 + \dfrac{1}{2} m_2 v_{2\mathrm{f}}^2 & \text{conservazione di } K \end{cases} \qquad (15)$$

La risoluzione del sistema (15) è piuttosto laboriosa: in funzione dei dati, cioè delle velocità iniziali v_{1i} e v_{2i}, le velocità finali v_{1f} e v_{2f} sono:

$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \end{aligned} \tag{16}$$

Supponiamo che il corpo 2 (il bersaglio) sia inizialmente in quiete e venga colpito dal corpo 1 (il proiettile). Ponendo nelle relazioni (16) $v_{2i} = 0$ si ha:

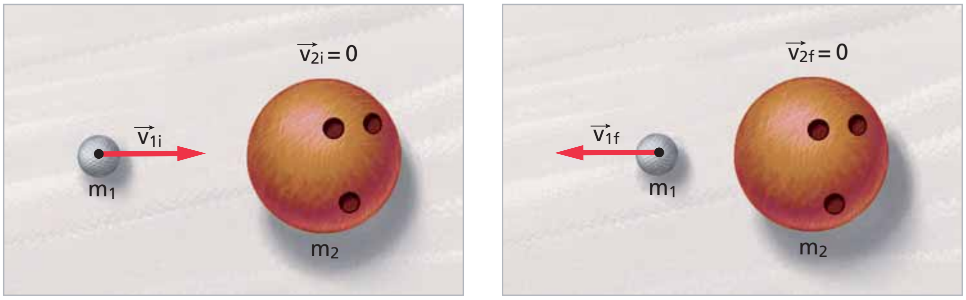
$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \end{aligned} \tag{17}$$

Si distinguono i seguenti casi.

- **Bersaglio massiccio**, cioè massa del bersaglio molto maggiore di quella del proiettile $(m_2 \gg m_1)$:

$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \approx \frac{0 - m_2}{0 + m_2} v_{1i} = -v_{1i} \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \approx \frac{2 \cdot 0}{0 + m_2} v_{1i} = 0 \end{aligned}$$

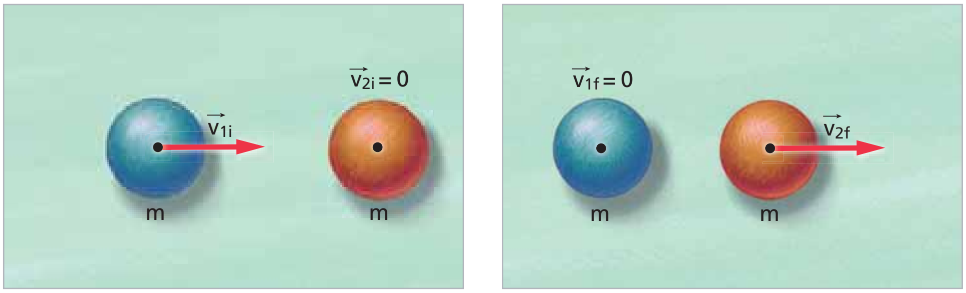
A seguito dell'urto, il proiettile inverte la velocità $(v_{1f} = -v_{1i})$ mentre il bersaglio rimane praticamente fermo $(v_{2f} = 0)$.



- **Bersaglio con la stessa massa del proiettile** $(m_1 = m_2 = m)$:

$$\begin{aligned} v_{1f} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{m - m}{m + m} v_{1i} = 0 \\ v_{2f} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2 \cdot m}{m + m} v_{1i} = v_{1i} \end{aligned}$$

Nell'urto il proiettile e il bersaglio si scambiano le velocità: il proiettile si ferma mentre il bersaglio parte con la velocità che il proiettile aveva prima dell'urto.



21 Una mattonella di 0,30 kg viene lasciata cadere da una quota di 8,0 m. Essa colpisce il pavimento e si ferma in 1,3 ms.
- ▶ Qual è l'impulso esercitato dal pavimento sulla mattonella?
- ▶ Calcola la forza media esercitata dal pavimento.

[3,8 N · s; 2,9 kN]

22 Quando una palla da baseball di 0,15 kg viene colpita da una mazza la sua velocità varia da $+20$ m/s a -20 m/s. La palla rimane in contatto con la mazza per 0,0013 s.
- ▶ Determina il modulo dell'impulso fornito dalla mazza alla palla.
- ▶ Calcola la forza media esercitata sulla palla.

[6,0 N · s; 4,6 kN]

23 La traiettoria di una pallina, di massa $2{,}6 \cdot 10^2$ g, lanciata contro un muro alla velocità di 2,8 m/s, forma un angolo di 45° con la parete. La pallina rimbalza in direzione simmetrica con una velocità di 2,5 m/s.
- ▶ Calcola l'impulso esercitato dalla parete.

[$I = (-0{,}055\,x + 0{,}97\,y)$ N · s]

24 Un poliziotto, di massa 76 kg, vuole sfondare con una spallata una porta chiusa. Si lancia senza successo contro la porta con una velocità di 3,2 m/s, rimanendo fermo dopo un contatto di 0,2 s.
- ▶ Calcola l'impulso.
- ▶ Determina la forza media esercitato dalla porta sul poliziotto.

[0,24 kN · s; 1,2 kN]

25 Su un corpo inizialmente fermo di massa 7,3 kg viene applicata una forza di 4,8 N per un tempo di 2,8 s.
- ▶ Calcola la velocità finale del corpo utilizzando le leggi della dinamica e verifica il risultato utilizzando il teorema dell'impulso.
- ▶ Calcola lo spazio percorso dal corpo utilizzando le leggi della dinamica e verifica il risultato utilizzando il teorema dell'energia cinetica.

[1,8 m/s; 2,6 m]

3 La conservazione della quantità di moto

26 **QUANTO?**
Salti con una velocità orizzontale di 2 m/s da un pontile su una barca di massa 120 kg. La tua massa è di 70 kg.
- ▶ A quale velocità vi muoverete tu e la barca?

[0,7 m/s]

27 Un carro merci aperto avente la massa di 15 t si muove lungo un binario a 6,0 m/s. Piove e la pioggia cade lungo la verticale nel carro.
- ▶ Calcola la velocità del carro dopo che ha raccolto 3,0 t d'acqua.

[5,0 m/s]

28 Un proiettile di 20 g è sparato orizzontalmente con la velocità di 250 m/s da un fucile di 1,50 kg.
- ▶ Quale sarebbe la velocità di rinculo del fucile se colui che spara l'impugnasse senza opporre resistenza?

[3,3 m/s]

29 Lungo un canale veneziano, due gondole si incontrano e si fermano per scambiarsi informazioni. La prima gondola, con a bordo solo il rematore, ha una massa complessiva di $4{,}7 \cdot 10^2$ kg. Terminata la chiacchierata, il primo gondoliere spinge la gondola del collega, con tre passeggeri a bordo, con una velocità di 0,16 m/s, mentre lui si allontana con una velocità di 0,21 m/s.
- ▶ Determina la massa complessiva della seconda gondola.

[$6{,}2 \cdot 10^2$ kg]

30 **ESEMPIO**

Un ragazzo fermo su uno skateboard (massa complessiva 40 kg) lancia una palla di 0,40 kg in avanti. La velocità della palla è tale che essa raggiungerebbe una quota di 8,0 m se fosse lanciata verso l'alto.
- ▶ Calcola la velocità iniziale con cui si muove il ragazzo.

■ RISOLUZIONE

Applichiamo la conservazione della quantità di moto prima e dopo il lancio della palla:

$$\vec{p}_{\mathrm{i\,tot}} = \vec{p}_{\mathrm{f\,tot}}$$

$$0 = m_{\mathrm{p}} v_{\mathrm{p}} + m_{\mathrm{r}} v_{\mathrm{r}} \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{r}} = -\frac{m_{\mathrm{p}} v_{\mathrm{p}}}{m_{\mathrm{r}}}$$

Se la palla fosse lanciata verso l'alto varrebbe la conservazione dell'energia; ricaviamo la velocità di lancio della palla v_{p} dal teorema della conservazione dell'energia:

$$K_{\mathrm{i}} = U_{\mathrm{f}}$$

$$\frac{1}{2} m_{\mathrm{p}} v_{\mathrm{p}}^2 = m_{\mathrm{p}} g h \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{p}} = \sqrt{2gh}$$

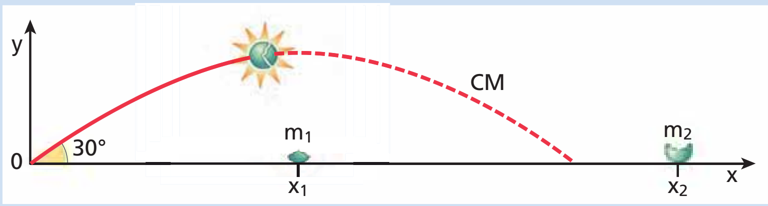
▶

ESERCIZI

ESERCIZI

RISOLUZIONE

▶ Le forze che si manifestano durante l'esplosione sono forze interne e quindi non influiscono sul moto del centro di massa. Dopo l'esplosione, il centro di massa è soggetto alla sola forza peso e descrive quindi un arco di parabola, come indicato in figura.



Utilizziamo la formula della gittata (formula (12) del capitolo «Il moto in due dimensioni») per calcolare la posizione del centro di massa:

$$G = x_{CM} = \frac{2\, v_{0x}\, v_{0y}}{g} = \frac{2\, v_0^2 \cos\theta \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Ponendo $M = m_1 + m_2$ scriviamo la posizione del centro di massa in funzione delle posizioni e delle masse dei frammenti:

$$M\, x_{CM} = (m_1 + m_2)\, x_{CM} = m_1 x_1 + m_2 x_2$$

Risolviamo rispetto a x_2, tenendo conto che $m_2 = 2\,m_1$

$$x_2 = \frac{M\, x_{CM} - m_1 x_1}{m_2} = \frac{(3\,m_1)\, x_{CM} - m_1 x_1}{2\,m_1} = \frac{3\,x_{CM} - x_1}{2}$$

Risultato numerico

$v_0 = 20$ m/s
$\theta = 30°$
$x_1 = 20$ m

$$x_{CM} = \frac{2\,(20\ \text{m/s})^2}{9{,}8\ \text{m/s}^2}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{1}{2} = 35\ \text{m}$$

$$x_2 = \frac{3\,(35\ \text{m}) - 20\ \text{m}}{2} = 46\ \text{m}$$

75 ●●● Un uomo di 70 kg viaggia su un carrello di 20 kg che si muove su un pavimento piano con la velocità di 2,0 m/s. Egli salta giù dalla parte posteriore del carrello in modo da avere una velocità di 0,80 m/s rispetto al suolo, nel verso opposto a quello del carrello.

▶ Qual è la velocità del centro di massa del sistema uomo-carrello dopo che l'uomo è saltato giù?
▶ Calcola la velocità del carrello dopo che l'uomo è saltato giù.
▶ Calcola la velocità del centro di massa del sistema dopo che l'uomo ha toccato il suolo e si è fermato.
▶ Individua quale forza è responsabile della variazione di velocità del centro di massa.

[2,0 m/s; 12 m/s; 2,6 m/s; forza d'attrito]

76 ●●● Un fuoco d'artificio di 3 kg slitta su un piano orizzontale privo d'attrito nella direzione x con la velocità di 6 m/s. Esso esplode spaccandosi in due frammenti, uno di 2 kg e l'altro di 1 kg. Dopo l'esplosione, il frammento di 1 kg si muove nel piano orizzontale nella direzione y con la velocità di 4 m/s. Determina la velocità:

▶ del frammento di 2 kg dopo l'esplosione.
▶ del centro di massa dopo l'esplosione.

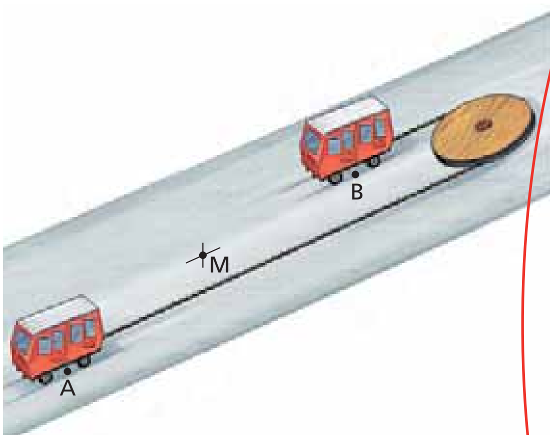
[9 m/s; 6 m/s]

77 ●●● Un ragazzo di massa 70 kg è fermo sulla prua di una barca di massa 0,17 t e lunga 5,4 m. La barca è ferma in acque calme e non è ancorata. La poppa è a contatto con la parete del pontile. A un certo istante il ragazzo cammina verso poppa. Supponi trascurabile l'attrito della barca con l'acqua.

▶ Di quanto si è allontanata la poppa dal pontile quando il ragazzo la raggiunge? [1,6 m]

78 Trova gli estremi tra cui si muove il centro di massa di una funicolare costituita da due cabine identiche trascinate da un cavo di massa *non* trascurabile. Sia A la stazione di fondo valle, B la stazione in quota e M il punto di incrocio delle cabine.

[Si muove lungo un segmento che va dal punto M a un punto dato da $x = \dfrac{M_c L + mL/4}{2M_c + m}$, dove M_c è la massa della cabina e m la massa del cavo]



PROBLEMI FINALI

79 Ciò che conta

In fisica le grandezze migliori per descrivere un sistema sono quelle che rispettano le leggi di conservazione. Nello studio degli urti hai visto come quantità di moto ed energia permettano (con l'aggiunta di un parametro, nel caso bidimensionale) la soluzione completa dei problemi.

▶ Esprimi la relazione che lega l'energia cinetica alla quantità di moto. [$K = p^2/2m$]

80 Incidente in gara

Nelle gare automobilistiche della classe NASCAR, disputate principalmente nel Nord America, gli incidenti fra automobili sono abbastanza frequenti.

gamedayticketdeals.com

Due automobili da 1500 kg viaggiano a 100 km/h, le loro traiettorie formano un angolo di 15° e si scontrano con un urto completamente anelastico.

▶ Calcola la velocità delle vetture dopo l'urto.

[99 km/h]

81 Fionda di ghiaccio

Le comete sono corpi ghiacciati che provengono dalla nube di Oort (situata oltre l'orbita di Plutone), orbitano attorno al Sole per poi allontanarsi verso i confini del Sistema Solare. Considera una cometa che attraversa l'orbita terrestre a 50 km/s rispetto al Sole. Rispetto al centro galattico la sua velocità e quella del Sole sono discordi e il Sole ha una velocità di 220 km/s.

▶ Calcola la velocità posseduta dalla cometa quando si avvicina e quando si allontana dal Sole (sempre nel momento in cui attraversa l'orbita terrestre) rispetto al centro galattico.

[$v_{avv} = 170$ km/s; $v_{all} = 270$ km/s]

82 Il quesito della Susi

L'auto del signor Rossi, ferma al semaforo, viene tamponata da quella del signor Bianchi. Quest'ultimo, in tribunale, afferma che stava viaggiando a 50 km/h, ma il signor Rossi pensa che Bianchi stesse andando molto più veloce. Dopo l'urto le due auto sono rimaste incastrate e dalle tracce sull'asfalto si è potuto stabilire che, immediatamente dopo l'urto, viaggiavano a 30 km/h. Il signor Bianchi guidava una utilitaria di massa 800 kg e Rossi una berlina di massa 1400 kg. Bianchi dice la verità?

[No, viaggiava a 83 km/h]

83 La lenta discesa del ghiacciaio

Il ghiacciaio dell'Aletsch, in Svizzera, è il più grande dell'arco alpino. Ha un volume di circa $2{,}7 \cdot 10^{10}$ m^3 e si muove verso valle con una velocità media di 150 m/anno.

Hans von Zupfen

▶ Calcola la sua quantità di moto e la sua energia cinetica.

▶ Confronta questi valori con quelli di un proiettile di 4,0 g sparato a 330 m/s.

[$1{,}2 \cdot 10^8$ kg · m/s, 0,28 kJ; 1,3 kg · m/s, $2{,}2 \cdot 10^2$ J]

84 Prima curva di Lesmo

●●●

Una fattore fondamentale per un'auto di Formula 1 è il carico aerodinamico, ovvero le forze aerodinamiche che spingono la vettura verso il basso aumentando così la tenuta delle gomme e l'aderenza al suolo. In pratica le auto sono leggere, ma gli alettoni conferiscono a esse un forza aggiuntiva verso il basso che non influenza l'inerzia della vettura e cresce con l'aumentare della velocità. Per valutarne l'importanza, considera la prima curva di Lesmo del circuito di Monza: è una curva di 90° e viene affrontata dalle auto (massa 620 kg) a una velocità costante di 180 km/h in un tempo di 2,4 s. Il coefficiente d'attrito (grip) tra la gomma da gara e l'asfalto è 1,8.

▶ Qual è il carico aerodinamico minimo necessario?

[7 kN]

85 Aggancio fallito

●●●

Alla stazione di Brig in Svizzera ai convogli merci diretti verso Berna viene aggiunta una locomotiva per affrontare la salita del Lötschberg. La locomotiva aggiuntiva (massa 87 t) si muove verso il convoglio (massa 860 t) con una velocità di 40 cm/s quando lo urta, comprimendo i respingenti formati da due grosse molle. Sfortunatamente il sistema di aggancio non funziona e la locomotiva viene respinta. L'urto è praticamente elastico.

▶ Calcola la velocità della locomotiva e del convoglio dopo il fallito aggancio. [– 33 cm/s; 7,3 cm/s]

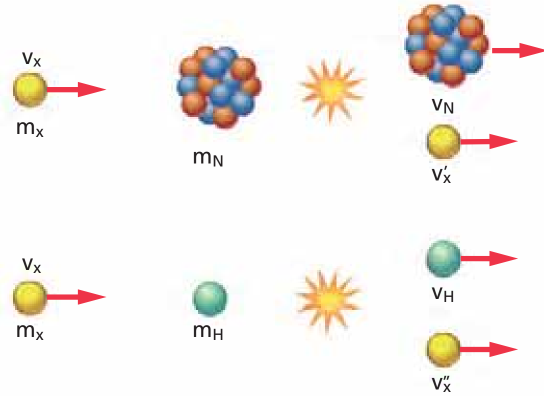
intermodale24-rail.net

86 La scoperta del neutrone

●●●

James Chadwick (1891-1974), allievo e collaboratore di Rhuterford, riprendendo le ricerche di Irène Curie (figlia di Marie) e del marito Frédéric Joliot, scoprì l'esistenza del neutrone ottenendo, per questo successo, il premio Nobel nel 1935. Egli osservò che in alcuni esperimenti si formava un fascio di particelle neutre (prive di carica elettrica) ignote. Per studiarne le proprietà le fece incidere su atomi di idrogeno, producendo nuclei di idrogeno (protoni) con velocità v_H, mentre su atomi di azoto producevano nuclei di azoto di velocità v_N. Il rapporto tra le masse del nucleo di azoto e quello di idrogeno era noto: $m_N/m_H = 14$; Chadwick misurò il rapporto v_H/v_N che risultò 7,5.

▶ Schematizza tutti gli urti come elastici, con atomi di idrogeno e azoto fermi prima dell'urto, e ricava, come Chadwick, la massa della particella ignota in funzione di m_H. [$m_x = m_H$]



87 Pronto 1515, un bosco va a fuoco!

●●●

Il Canadair CL415 è un aereo di soccorso e antincendio della Protezione Civile; è in grado di raccogliere acqua dal mare o da laghi per scaricarla sul fronte dell'incendio. Durante la fase di riempimento vola sul pelo dell'acqua a 130 km/h e in 12 secondi carica 6100 litri d'acqua.

▶ Calcola l'impulso e la forza media aggiuntiva che devono fornire i suoi motori durante un riempimento. [$2{,}2 \cdot 10^5$ N · s; $1{,}8 \cdot 10^4$ N]

Pier Luigi Rocco / Wikimedia Commons

ESERCIZI

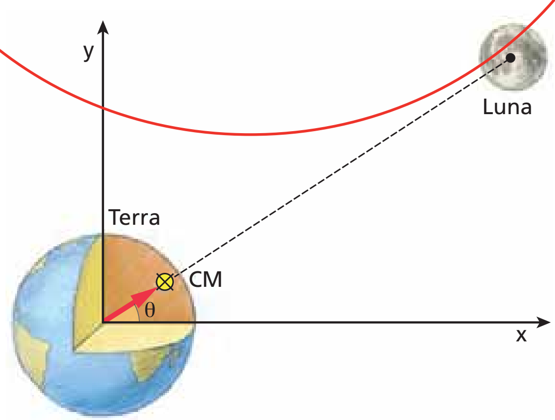
88 Baricentro di coppia

●●●

Come abbiamo visto nel capitolo, il centro di massa (CM) del sistema Terra-Luna non coincide con il centro della Terra. In un sistema di riferimento cartesiano con origine nel centro della Terra, considera il vettore posizione di CM: questo punto ha una direzione che dipende dal tempo. Indica con θ l'angolo del vettore spostamento rispetto a una direzione fissata, per esempio la direzione del centro della Galassia. La Luna compie una rotazione completa attorno alla Terra in 27,3 giorni.

▶ Scrivi le componenti del vettore posizione del centro di massa del sistema Terra-Luna (suggerimento: quando $t = 27{,}3$ giorni si ha $\theta = 2\pi$).

[$(5{,}3 \cdot 10^6 \cdot \cos(2{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot t), 5{,}3 \cdot 10^6 \cdot \mathrm{sen}(2{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot t))$]



89 L'unione... fa la spinta

●●●

I motori ionici utilizzati per la propulsione di alcune sonde spaziali si basano sull'accelerazione di ioni (atomi elettricamente carichi) di gas per mezzo di forze elettriche. La massa di ciascuno ione è di $2{,}21 \cdot 10^{-25}$ kg e questi vengono espulsi dalla sonda a una velocità di 31,5 km/s.

▶ Determina quanti ioni occorrono per aumentare la velocità della sonda Deep Space 1, di massa 486 kg, di 1,00 m/s. Trascura la variazione di massa della sonda. [$6{,}98 \cdot 10^{22}$]

boeing.com

90 L'attacco del falco

●●●

Un falco pellegrino ($m = 640$ g) si getta in picchiata verticale a una velocità di 260 km/h e afferra con gli artigli un colombaccio ($m = 410$ g) in volo orizzontale a 105 km/h.

▶ Calcola modulo e direzione della velocità del falco subito dopo che ha afferrato la preda.

[164 km/h, 15° rispetto alla verticale nella direzione di volo del colombaccio]

falconeria.info

91 Fido gioca al riporto

●●●

Un cane di massa 15 kg, con un salto, afferra un bastone di massa 1,0 kg lanciato dal padrone. Il bastone e il cane viaggiano entrambi a 6,2 m/s e la traiettoria del cane e del bastone formano un angolo di 30°.

▶ Determina il modulo e la direzione del cane con il bastone in bocca dopo che lo ha afferrato.

[6,2 m/s, 1,8° rispetto alla direzione originale del cane]

92 Jetpack

●●●

Il *jetpack*, zaino jet che consente a un uomo di compiere piccoli voli, utilizza come propellente acqua ossigenata, che a contatto con opportuni metalli libera violentemente l'ossigeno. Questo, espulso verso il basso ad alta velocità, produce la spinta per il decollo.

▶ Se il gas esce a 250 m/s, calcola quanto occorre espellerne per sollevare un uomo di 75 kg e lo «zaino» di 50 kg. [4,9 kg/s]

gadgetreview.com

93 Quarter pipe

Un ragazzo è in cima a un profilo curvo, di raggio 1,20 m e massa 160 kg, con uno skatebord. La massa totale del ragazzo e dello skatebord è di 67 kg. Il profilo si muove con attrito trascurabile sulla superficie d'appoggio.

▶ Calcola la velocità del profilo quando il ragazzo raggiunge l'asfalto. [1,45 m/s]

derex.broox.com

94 Assorbimento salvavita

Un proiettile da 9 mm ha una massa di circa 8 g e viene sparato a una velocità di 360 m/s. Una persona di 70 kg che indossa un giubbotto antiproiettile viene colpita al centro del petto.

▶ Determina la velocità acquisita dal corpo del malcapitato.

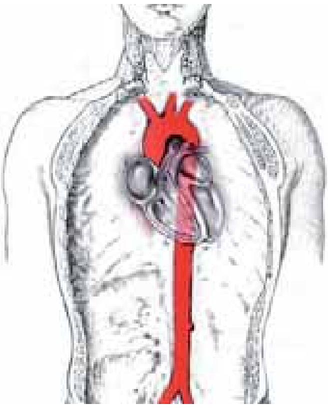
▶ Quanto vale l'energia dissipata dall'impatto?

[4 cm/s; 520 J]

95 Uscito dal cuore svolti a sinistra...

L'aorta ha un raggio di curvatura di circa 5 cm. Quando il corpo è a riposo il sangue scorre al suo interno alla velocità di 25 cm/s. Considera il flusso di sangue che attraversa l'aorta e si dirige verso le gambe (figura).

▶ Calcola la forza media applicata dalle pareti dell'aorta su un grammo di sangue. [$8 \cdot 10^{-4}$ N]



Wikimedia Commons

96 Proiettili spaziali

Uno dei problemi più comuni e di difficile soluzione nel mandare oggetti in orbita è che la Terra è letteralmente circondata da rifiuti spaziali, composti da pezzi di vecchi satelliti, parti meccaniche o componenti di lanci che vengono semplicemente abbandonati dopo l'utilizzo. Questi sono veri e propri proiettili che rischiano di causare gravi danni sia ai satelliti artificiali sia alla Stazione Spaziale Internazionale (ISS). Supponi che la ISS urti frontalmente con velocità relativa di circa 27 700 km/h contro un frammento di massa 10 g e che l'impatto duri $1 \cdot 10^{-2}$ s.

▶ Qual è l'energia dissipata dall'impatto?

▶ Calcola la forza applicata al rivestimento nel punto di impatto. [$3{,}0 \cdot 10^5$ J; $8 \cdot 10^3$ N]

97 L'idrante

Un pompiere indirizza il getto d'acqua di un idrante verso una parete per spegnere il fuoco. Il getto d'acqua ha una sezione di 16 cm^2, la sua velocità è di 6,0 m/s e incide sulla parete con un angolo di 60°. Per semplicità, considera elastico l'urto dell'acqua sulla parete.

▶ Calcola la forza esercitata dal getto d'acqua sulla parete. [58 N]

98 Impulso aereo

Gli alianti sono aerei senza motore che volano sfruttando le correnti presenti nell'atmosfera. Hanno una massa relativamente piccola, di circa 280 kg. Un aliante risale seguendo una spirale con raggio di curvatura di 80 m e guadagnando 20 m a ogni giro. La componente orizzontale della velocità dell'aliante è 100 km/h e il pilota pesa 60 kg.

▶ Determina le componenti della quantità di moto dell'aliante.

▶ Quanto vale l'impulso verticale subìto dall'aliante? [($9{,}4 \cdot 10^3$ kg · m/s, $3{,}8 \cdot 10^2$ kg · m/s); 0 kg · m/s]

fuochidipaglia.it

ESERCIZI

▶ Stima la variazione di velocità della Terra dopo che il tuffatore si è fermato.
▶ Rispetto a quando l'atleta era ai piedi della pedana prima di saltare sul trampolino, la velocità della terra è variata? [$2 \cdot 10^{-22}$ m/s; no]

107 Che numeri!

Stima la quantità di moto e l'energia cinetica di una grande petroliera. [Se $m = 10^5$ t e $v = 10$ nodi si ha $p = 5 \cdot 10^8$ kg · m/s e $K = 1 \cdot 10^9$ J]

108 Anche il parquet fa la sua parte

Una palla da pallacanestro ha una massa di circa 600 g. In 0,6 s un giocatore le fa eseguire un rimbalzo (mano-terra-mano) e il tempo di contatto si può valutare in 0,1 s.

▶ Stima l'impulso trasferito dal terreno.
▶ Stima la reazione vincolare. [4 kg · m/s; 40 N]

Pavel Shchegolev / Shutterstock

109 Calcolo del centro fascia

La fascia di asteroidi è una zona situata tra l'orbita di Marte e quella di Giove con una grossa densità di corpi rocciosi che orbitano intorno al Sole. La fascia ha la forma di una corona circolare con raggio interno di circa $3{,}6 \cdot 10^{11}$ m e raggio esterno di circa $4{,}0 \cdot 10^{11}$ m.

▶ Stima la distanza tra il centro di massa della fascia di asteroidi e il centro del Sole.
▶ Stima la distanza tra il centro di massa di un piccolo spicchio della fascia e il centro del Sole. [0 km; $3{,}8 \cdot 10^{11}$ m]

110 Atterraggio dolce

Le ginnaste che utilizzano le parallele asimmetriche atterrano su un materasso che ha lo scopo di attutire il colpo sui piedi. Una ginnasta di 47 kg viene fermata dal materasso in circa 0,3 s.

▶ Stima la forza che subiscono i suoi piedi. [$1 \cdot 10^3$ N]

111 Intercettare il lancio

Durante le partite di rugby si vedono spesso lanci lunghi tra un giocatore e l'altro. Viene eseguito un lancio di 60 m, in cui la palla raggiunge un'altezza massima di 15 m. L'assorbimento del lancio può essere stimato in 0,2 s.

▶ Stima la forza applicata dal giocatore che riceve la palla per fermarla. [50 N]

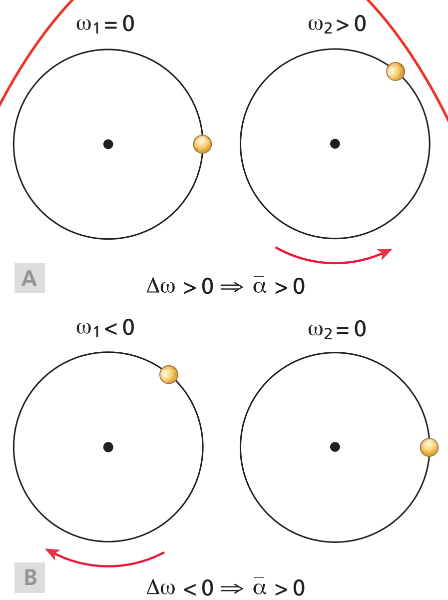
112 Apocalisse siberiana

Da Wikipedia: «Alle ore 7:14 locale del 30 giugno 1908 un evento catastrofico ebbe luogo nelle vicinanze del fiume Podkamennaja Tunguska, abbattendo 60 milioni di alberi su 2150 km^2. Il rumore dell'esplosione fu udito a 1000 km di distanza. A 500 km alcuni testimoni affermarono di avere udito un sordo scoppio e avere visto sollevarsi una nube di fumo all'orizzonte. A 65 km il testimone Semen Semenov raccontò di aver visto in una prima fase il cielo spaccarsi in due, un grande fuoco coprire la foresta e in un secondo tempo notò che il cielo si era richiuso, udì un fragoroso boato e si sentì sollevare e spostare fino a qualche metro di distanza. L'onda d'urto fece quasi deragliare alcuni convogli della Ferrovia Transiberiana a 600 km dal punto di impatto.» Recenti simulazioni fanno ipotizzare che l'asteroide avesse un diametro di circa 30 m, mentre l'energia sprigionata doveva essere compresa tra 5 megatoni e 10 megatoni.

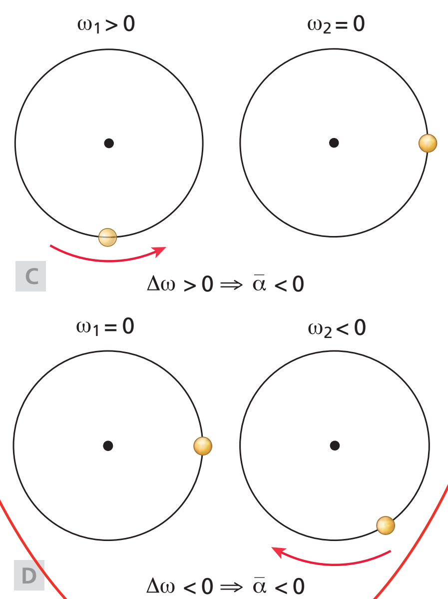
▶ Stima l'impulso trasferito alla terra (suggerimento: ogni metro cubo di asteroide ha una massa di circa 1000 kg). [$1 \cdot 10^{12}$ kg · m/s]

spacedaily.com

1 Quando la velocità angolare finale è maggiore di quella iniziale, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 > 0$, allora l'accelerazione angolare media è positiva, $\bar{\alpha} > 0$.



2 Quando la velocità angolare finale è minore di quella iniziale, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 < 0$, allora l'accelerazione angolare media è negativa, $\bar{\alpha} < 0$.



Quando l'accelerazione angolare ha il segno opposto alla velocità angolare, come nei casi B e C, il corpo rallenta. In questo caso si dice che subisce una *decelerazione angolare*.

Quando Δt è molto piccolo, l'accelerazione angolare rimane praticamente invariata durante la misurazione e coincide proprio con l'accelerazione angolare media durante quell'intervallo di tempo. Quindi

l'**accelerazione angolare istantanea** α è il valore limite a cui tende il rapporto $\Delta\omega/\Delta t$ quando Δt tende a zero:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

e quindi

$$\Delta v = \Delta\omega\, r$$

Dividendo entrambi i membri per Δt otteniamo:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}\, r$$

Il primo membro, $\Delta v/\Delta t$, è l'accelerazione tangenziale a_t, mentre $\Delta\omega/\Delta t$, al secondo membro, è l'accelerazione angolare α. In definitiva si può scrivere:

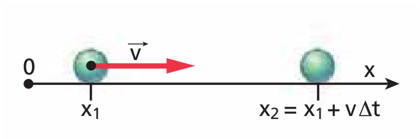
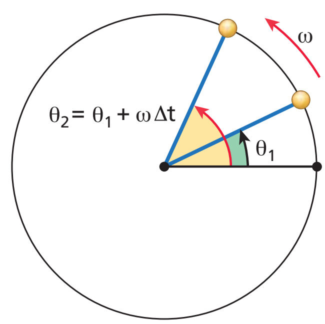
$$\boxed{a_t = \alpha\, r} \qquad (5)$$

Cinematica rotazionale

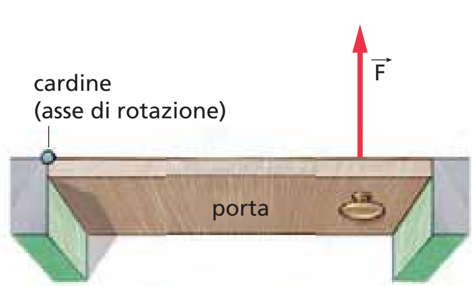
Le grandezze angolari sono definite in totale analogia con le grandezze corrispondenti del moto rettilineo, dette anche lineari.

	Moto circolare	Moto rettilineo lungo l'asse x
Posizione	θ	x
Spostamento	$\Delta\theta$	Δx
Velocità	$\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$
Accelerazione	$\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$	$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

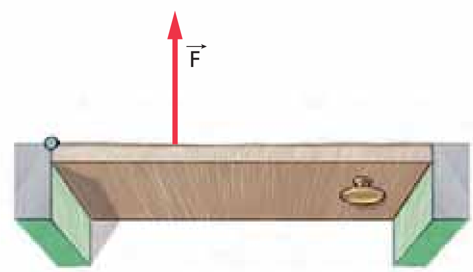
Analoga corrispondenza esiste fra le relazioni cinematiche del moto rettilineo e del moto circolare. Verifichiamolo nel caso di moti uniformi.

<table>
<tr><th colspan="2">Moto rettilineo uniforme</th><th colspan="2">Moto circolare uniforme</th></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>x_1</td><td colspan="2">Posizione del corpo all'istante t_1</td><td>θ_1</td></tr>
<tr><td>v</td><td colspan="2">Velocità costante del corpo</td><td>ω</td></tr>
<tr><td>$x_2 = x_1 + v\,\Delta t$</td><td colspan="2">Posizione all'istante $t_2 = t_1 + \Delta t$</td><td>$\theta_2 = \theta_1 + \omega\,\Delta t$</td></tr>
</table>

1 La porta ruota tanto più rapidamente quanto più è intensa la forza $\vec{F}$ applicata in un punto.

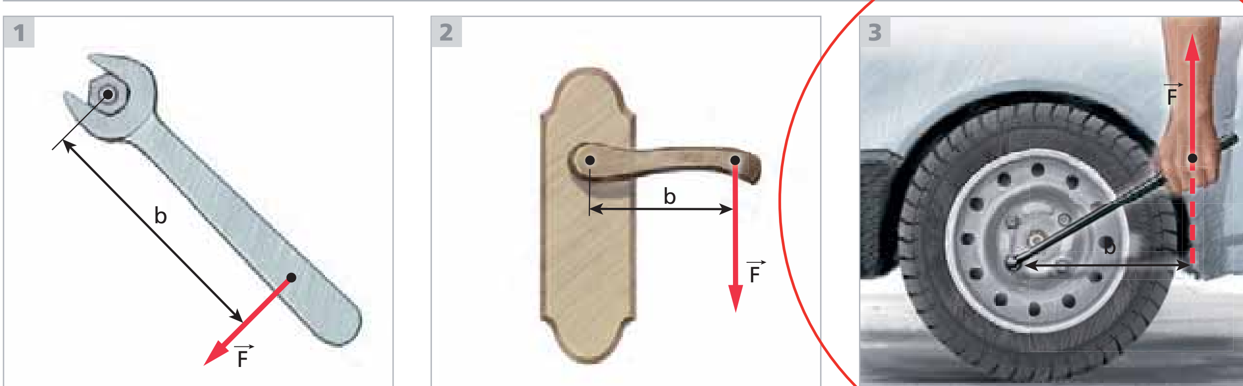


2 Spingendo con la stessa forza $\vec{F}$ in un punto più vicino ai cardini, la porta si apre più lentamente di prima.

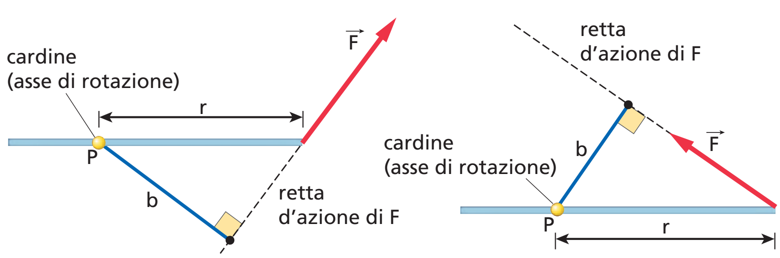


3 Spingendo o tirando in direzione dei cardini, la porta non ruota affatto.

Come suggeriscono gli esempi che seguono, l'effetto di una forza dipende, oltre che dal suo modulo, anche dal suo *braccio* (b).



Il **braccio** b di una forza rispetto a un punto P è la distanza fra P e la retta d'azione della forza.

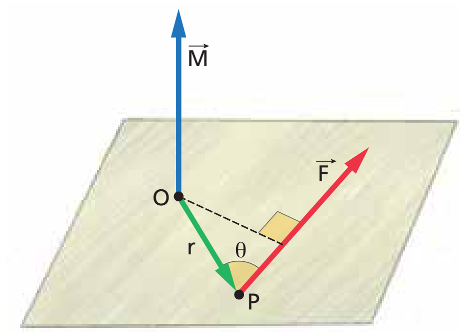


Momento torcente e prodotto vettoriale

Il momento di una forza può essere definito in modo elegante utilizzando il prodotto vettoriale:

il momento rispetto a un punto O di una forza $\vec{F}$ applicata nel punto P è

$$\vec{M} = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} \tag{13}$$



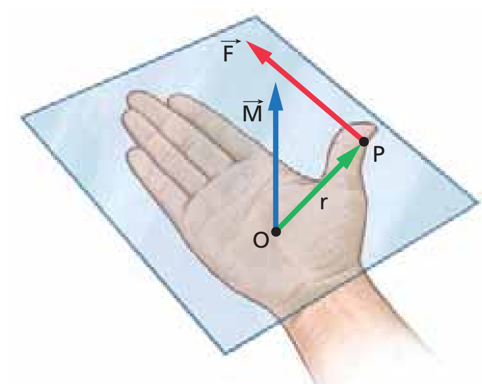
DENTRO LA FORMULA

Il momento di una forza è un vettore che ha:

- modulo dato dalla relazione

$$M = r F \operatorname{sen} \theta$$

  dove $r = OP$ e θ è l'angolo fra $\overrightarrow{OP}$ e $\vec{F}$;
- direzione perpendicolare al piano che contiene $\overrightarrow{OP}$ e $\vec{F}$;
- verso stabilito secondo la regola della mano destra, cioè il verso è uscente dal palmo di una mano destra che ha il pollice nel verso di $\overrightarrow{OP}$ e le altre dita nel verso di $\vec{F}$.



5 Dinamica rotazionale

Momento torcente e accelerazione angolare

Consideriamo un corpo rigido libero di ruotare attorno a un asse. L'azione di una forza cambia la velocità di rotazione del corpo solo se genera un momento torcente attorno all'asse di rotazione.

Il risultato (17) ottenuto per una massa puntiforme può essere generalizzato. Vale infatti il **secondo principio della dinamica per il moto rotazionale**:

> il momento d'inerzia I di un corpo rigido, la sua accelerazione angolare α e il momento torcente totale M a cui è sottoposto, calcolati rispetto allo stesso asse, sono tali che
>
> $$M = I\alpha \tag{19}$$

Nell'equazione precedente, il momento totale è quello delle forze esterne al corpo. Infatti le forze interne sono sempre coppie di forze di azione-reazione e i loro momenti si annullano a vicenda.

L'analogia con la dinamica lineare appare evidente quando si confrontano fra loro relazioni corrispondenti:

	Dinamica lineare	**Dinamica rotazionale**
Inerzia	Massa m	Momento d'inerzia I
Causa del moto	Forza F	Momento torcente M
Effetto	Accelerazione lineare a	Accelerazione angolare α
Legame causa-effetto	$F = ma$	$M = I\alpha$

Energia cinetica rotazionale

Quando un corpo rigido ruota attorno a un asse, le particelle che lo compongono sono in movimento e quindi possiedono energia cinetica. Cosideriamo un corpo rigido che ruota con velocità angolare ω attorno a un asse: ogni sua particella di massa m_i a distanza r_i dall'asse ha una velocità tangenziale $v_i = \omega r_i$ e un'energia cinetica $K_i = (1/2)\, m v_i^2$ tale che

$$K_i = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

L'energia cinetica del corpo rigido è la somma delle energie cinetiche di tutte le particelle che lo costituiscono:

$$K = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \ldots$$

Raccogliendo $(1/2)\,\omega^2$ si ha:

$$K = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots)\, \omega^2$$

La somma tra parentesi $m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots$ è il momento d'inerzia I del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione. Quindi, in definitiva:

> l'**energia cinetica rotazionale** di un corpo rigido che ruota con velocità angolare ω attorno a un asse rispetto al quale ha un momento d'inerzia I è
>
> $$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \tag{20}$$

▶ Calcola l'accelerazione angolare del disco. [0,31 rad/s^2]

44 Un cilindro avente un momento d'inerzia pari a 14 kg · m^2 ruota alla velocità di 12 rad/s.

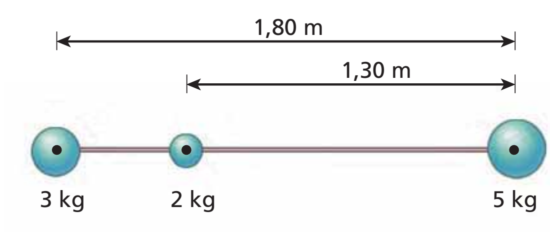
▶ Determina l'energia cinetica del cilindro. [1,0 · 10^3 J]

45 La densità dell'acciaio è 7,86 · 10^3 kg/m^3.

▶ Calcola il momento d'inerzia di una sfera d'acciaio di diametro 1,00 m. [411 kg · m^2]

46 Su un'asta di massa trascurabile sono fissate tre masse come in figura.

▶ Qual è il momento d'inerzia rispetto all'asse perpendicolare che passa per il centro di massa? [6,7 kg · m^2]



47 Un'asta di massa 1,4 kg è lunga 1,8 m. Calcola la sua energia cinetica se ruota:

▶ a 2,2 rad/s attorno al suo centro di massa.

▶ alla stessa velocità angolare attorno a un suo estremo. [0,91 J; 3,7 J]

48 Un satellite artificiale ha forma sferica con raggio di 75 cm. Il suo momento d'inerzia è circa 150 kg · m^2 e sta ruotando a 1 rad/s attorno a un suo asse. Un meteorite di massa 20 g che si muove a 0,5 km/s si conficca nel satellite colpendolo quasi tangenzialmente sul suo equatore, nella stessa direzione della rotazione (la massa del meteorite non cambia sostanzialmente la massa del satellite).

▶ Di quanto aumenta la velocità di rotazione del satellite? [Aumenta di circa 0,05 rad/s]

49 La Terra si muove nel Sistema Solare con velocità media 29,8 km/s. La sua energia cinetica di traslazione K_t è notevolmente maggiore dell'energia cinetica di rotazione K_r attorno al suo asse. Approssima la Terra come una sfera omogenea.

▶ Calcola il rapporto K_t/K_r. $\left[(5/2)(28{,}9/0{,}46)^2 \sim 10^4\right]$

ESERCIZI

50 **ESEMPIO**

Un cilindro fermo di massa m = 4,00 kg ha un raggio R = 12,0 cm ed è imperniato in modo da ruotare sul suo asse. Attorno al cilindro è avvolta una corda che viene tirata con una forza F = 1,80 N.

▶ Calcola il momento d'inerzia del cilindro.

▶ Calcola l'accelerazione angolare.

▶ Calcola la velocità angolare dopo 4,0 s.

■ RISOLUZIONE

▶ Dalla tabella di pagina 279, il momento d'inerzia di un cilindro rispetto al suo asse è:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

■ Risultato numerico

m = 4,00 kg
R = 0,120 m

$$I = \frac{1}{2}(4{,}00\ \text{kg})(0{,}120\ \text{m})^2 = 0{,}0288\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

▶ La corda si svolge tenendosi tangente al cilindro, vale a dire perpendicolare al raggio, quindi il momento della forza è

$$M = FR$$

Il momento della forza produce un'accelerazione angolare costante:

$$\alpha = \frac{M}{I}$$

e che termina con una lunga asta al cui estremo c'è un dinamometro (figura). La forza d'attrito tra l'asse del motore e la morsa spinge in su l'asta contro il dinamometro che la mantiene orizzontale. Trascura la massa dell'asta.

- Dimostra che per ottenere il valore della potenza non occorre conoscere il raggio R dell'asse del motore.
- Usa i dati della figura e trova qual è la potenza del motore.

$[F_{\text{attrito}} R = F l_{\text{asta}},\ P = F_{\text{attrito}} v_{\text{asse}} = F_{\text{attrito}} \omega R \Rightarrow$
$\Rightarrow P = F\, l_{\text{asta}}\, \omega;\ 6{,}28\ \text{kW}]$

88 Fisica del biliardo

Un giocatore di biliardo vuole colpire una boccia di raggio R con la stecca in modo che la boccia rotoli senza strisciare.

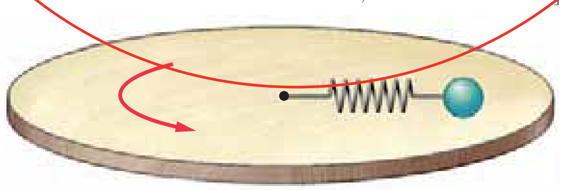
- Dimostra che deve colpirla in un punto che dista $(7/5)R$ dal piano del biliardo.

89 Allungamento per rotazione

Una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 ha una massa m attaccata a un estremo, mentre l'altro estremo è fissato al centro di un disco che ruota con velocità angolare ω. C'è attrito tra la massa e il disco, per cui la massa ruota solidale al disco. Indica con x l'allungamento della molla.

- Determina l'energia totale del sistema molla-pallina.
- Determina l'allungamento della molla supponendo che sia $\omega < \sqrt{k/m}$.
- Che cosa accade se la velocità angolare aumenta e diventa $\omega > \sqrt{k/m}$?

$[E = (1/2)(k + m\omega^2)x^2 + m\omega^2 l_0 x + (1/2)m\,\omega^2 l_0^2;$
$x = m\omega^2 l_0/(k - m\omega^2);$
la molla si snerva oppure il disco non riesce a trascinare la massa, che inizia a saltellare]

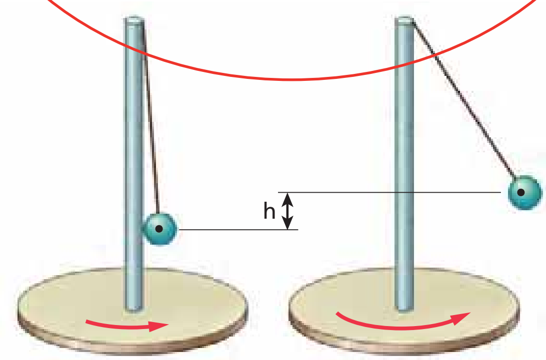


90 Innalzamento per rotazione

Al centro di una piattaforma rotante c'è un piolo al quale è attaccata, tramite un filo di lunghezza l, una piccola massa m. Se la piattaforma ruota lentamente, la massa resta appoggiata al piolo, ma se la velocità angolare aumenta, la massa si stacca dal piolo e si solleva di un tratto h.

- Trova un'espressione per l'energia potenziale totale in funzione di h, usando ω come parametro. (Suggerimento: nel sistema di riferimento della pallina, alla forza centrifuga è associata l'energia potenziale $-1/2\, m\omega^2 r^2$)
- Verifica che solo se $\omega > \sqrt{g/l}$ allora U ha un minimo per $h > 0$. In questo caso c'è una quota di equilibrio della pallina.

$[E = (1/2)\,m\omega^2\,(h^2 - 2\,(l - g/\omega^2)\,h),\ E = E(h)$
è una parabola con concavità verso il basso;
$h_0 = l - g/\omega^2]$

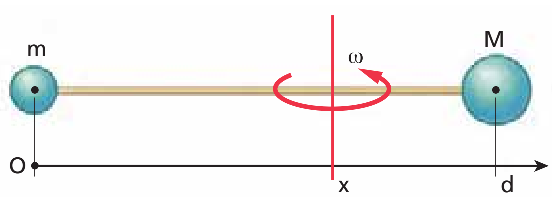


91 Un problema di minimo

Due masse, m e M, sono collegate da un'asta rigida di massa trascurabile. I centri delle due masse distano d. Se questo oggetto si mette in rotazione con velocità angolare ω, attorno a un asse perpendicolare all'asta, a una distanza x dalla massa m (figura) il sistema avrà un'energia cinetica dipendente da x.

- Determina l'espressione dell'energia in funzione di x.
- Mostra che il minimo dell'energia (il vertice della parabola) si ha per $x = Md/(m + M)$, cioè per l'asse passante per il centro di massa.

$[E = (1/2)\,\omega^2\,\{(m + M)x^2 - 2Mdx + Md^2\}]$

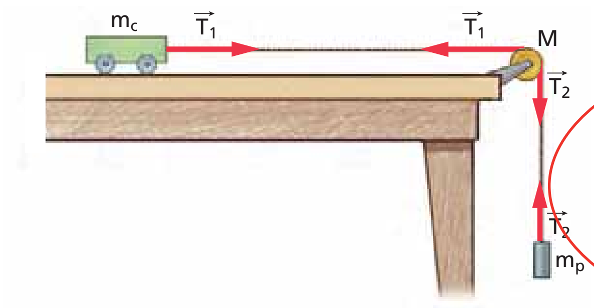


92 Stessa fune, diversa tensione

Il carrello in figura (pagina seguente) si muove senza attrito su un piano. La massa del carrello è $m_c = 0{,}80$ kg; il pesetto che lo trascina ha massa $m_p = 0{,}50$ kg, mentre la carrucola ha massa $M = 0{,}4$ kg. La fune ha massa trascurabile e non striscia sulla carrucola.

▶ Determina la differenza tra la tensione T_2 della fune verticale e la tensione T_1 di quella orizzontale.

[0,65 N; risulta inoltre: $a = m_p g/(m_c + m_p + M/2)$; $T_1 = m_p m_c g/(m_c + m_p + M/2)$; $T_2 = (m_p m_c + m_p M/2) g/(m_c + m_p + M/2)$]



93 **Stratagemma stabilizzante**
●●●
Per migliorare la stabilità dei proiettili tutte le armi da fuoco hanno una rigatura interna che imprime un moto di rotazione alle pallottole. Incamerando momento angolare esse diventano meno soggette a deviare la loro traiettoria. Il passo nella rigatura di una canna di fucile ha valore tipico di 19 cm. Una pallottola viene sparata alla velocità di 350 m/s, ha una massa di 3 g e il diametro di 0,9 cm.

▶ Calcola il momento angolare della pallottola.

[$3{,}5 \cdot 10^{-4}$ kg · m²/s]

94 **Forza apparente?**
●●●
Una piattaforma che ruota con velocità angolare costante ω è un sistema di riferimento non inerziale. Se ti metti in questo sistema, osservi che su un corpo di massa m agisce una forza (apparente) proporzionale alla distanza r dall'asse di rotazione e diretta verso l'esterno: $F = m\omega^2 r$.

▶ Disegna il grafico di F in funzione di r.

▶ Mostra che nel sistema non inerziale si può associare a questa forza una energia potenziale $U = -(1/2)m\omega^2 r^2$.

95 **Una signora da primato**
●●●
Beatrice è una delle turbine eoliche più grandi al mondo. Ogni sua pala ha una lunghezza di 61,5 m e un peso di 17,5 t. La velocità massima a cui possono girare le pale è di 12,1 rpm (giri al minuto). Considera che il momento d'inerzia di una pala rispetto a un estremo può essere stimato tramite la formula: $I = (1/3)ML^2$.

▶ Calcola il momento d'inerzia di Beatrice.

▶ Calcola l'energia cinetica a velocità massima.

[$66 \cdot 10^6$ kg · m²; $53 \cdot 10^6$ J]

L'ARTE DELLA STIMA

96 **L'inerzia dei dati**
●●●
Un DVD è assimilabile a un disco, trascurando il buco centrale, e ha una massa di circa 15 g.

▶ Stima il suo momento di inerzia. [$3 \cdot 10^{-5}$ kg · m²]

97 **La lunghezza dell'angolo**
●●●
Roma e Boston si trovano all'incirca sul 42° parallelo. Utilizza per il raggio terrestre il valore approssimato di 6400 km.

▶ Stima la distanza che separa Boston da Roma.

[$7 \cdot 10^3$ km]

98 **Allineamento planetario**
●●●
Il periodo orbitale di Marte è circa 687 giorni terrestri.

▶ Stima l'intervallo di tempo che intercorre tra due allineamenti successivi di Terra, Marte e Sole.

[$8 \cdot 10^2$ giorni]

fotoclou.blogspot.com

99 **Ripartizione di energia**
●●●
Le caratteristiche del moto di Giove sono particolari se confrontate a quelle terrestri. L'anno gioviano dura 4333 giorni terrestri ma il periodo di rotazione del pianeta è solamente 0,4 giorni terrestri!

▶ Stima il rapporto tra l'energia cinetica rotazionale e orbitale di Giove.

▶ Confrontalo con lo stesso rapporto calcolato per la Terra (utilizza i dati dell'esercizio 49).

[$G = 0{,}4$; $T = 1 \cdot 10^{-4}$: in proporzione Giove ha molta più energia immagazzinata nel moto rotatorio]

100 **Equilibrismo digitale**
●●●
Quando un giocatore di basket riesce a mantenere la palla in rotazione su un dito, gli applica un

momento torcente. Inizialmente la palla è ferma, mentre la velocità di rotazione finale vale 30 rad/s. Il tempo di contatto può essere stimato in 0,5 s.

▶ Stima il momento torcente applicato. [0,3 N · m]


Olly / Shutterstock

101 Turboelica sotto analisi

I motori turboelica più diffusi raggiungono velocità di rotazione tipiche di 1200 rpm (giri al minuto). Un

Eduard Marmet / Wikimedia Commons

motore turboelica che ha 3 pale, ciascuna delle quali ha una massa di circa 1 kg, ruota a velocità costante. Considera che il momento d'inerzia di una pala rispetto a un estremo può essere stimato tramite la formula $I = (1/3)\,ML^2$.

▶ Stima la forza applicata al pignone dalla pala.

▶ Stima la forza complessiva applicata al pignone.

▶ Stima il momento angolare dell'elica.

[9 kN; 0 N; $1 \cdot 10^2$ kg · m²/s]

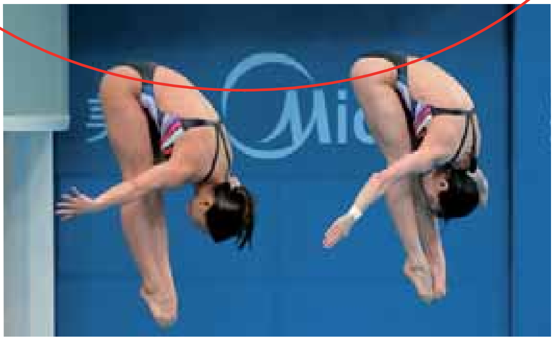
102 Accelerazione per rannicchiamento

I tuffatori regolano la velocità di rotazione del corpo allontanando o avvicinando le gambe al busto. Al momento dello stacco dal trampolino un tuffatore ha la velocità angolare di 1 rad/s. A mezz'aria porta gli arti vicino al busto in modo da poter approssimare il suo corpo a una sfera. Considera il tuffatore alto 1,80 m e con una massa di 75 kg.

▶ Stima la velocità angolare a mezz'aria.

▶ Stima la variazione di energia cinetica.

[3 rad/s; 90 J]


Testing / Shutterstock

ESERCIZI

Dalle due equazioni deriva che

$$mg = G\frac{mM_T}{r_T^2}$$

quindi l'**accelerazione di gravità** è

$$g = G\frac{M_T}{r_T^2} \tag{4}$$

DENTRO LA FORMULA

La (4) spiega le proprietà già note dell'accelerazione di gravità g:

- non dipende dalla massa m del corpo;
- a livello del mare è costante perché G, M_T e r_T sono costanti.

Esempio

L'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre vale

$$g = (6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})\frac{(6{,}0 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}{(6{,}4 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m})^2} \approx 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$$

Con la formula (4) si calcola anche l'accelerazione di gravità g_p su qualunque pianeta: basta inserire i valori della massa e del raggio del pianeta.
Il peso di un corpo di massa m su un pianeta con accelerazione di gravità g_p è

$$P = mg_p$$

QUANTO? L'accelerazione di gravità su Venere

Il pianeta Venere ha dimesioni simili a quelle della Terra, perché ha un raggio $r_V = 6 \cdot 10^6$ m e una massa $M_V = 5 \cdot 10^{24}$ kg. Sulla superficie di Venere (di cui l'immagine mostra un particolare ripreso nel 1982 dalla sonda sovietica Venera 14) l'accelerazione di gravità è

$$g_V = G\frac{M_V}{r_V^2} = (6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})\frac{(5 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}{(6 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m})^2} \approx 8\ \mathrm{m/s^2}$$

strykfoto.org

Massa e densità media della Terra

La formula (4) contiene tre grandezze che si misurano in modo indipendente:

- l'accelerazione di gravità $g = 9{,}80\ \mathrm{m/s^2}$ si determina mediante la misura del periodo di oscillazione di un pendolo;
- la costante di gravitazione universale $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ si misura con esperimenti simili a quello di Cavendish;

Il fluido è incomprimibile, quindi $A_1 l_1 = A_2 l_2 = V$ è il volume della massa m di fluido spostata. Il lavoro esercitato dalle forze di pressione sull'elemento di fluido nel passaggio dalla sezione 1 alla sezione 2 è quindi

$$L = P_1 V - P_2 V$$

Per effetto di questo lavoro, passando da una zona ad alta pressione a una a pressione minore, l'elemento di fluido acquista energia. Poiché si considerano nulli gli attriti, la sua energia totale si conserva nel passaggio tra le sezioni 1 e 2. Quindi l'acquisto di energia L da parte dell'elemento è uguale alla somma delle variazioni dell'energia cinetica ΔK e dell'energia potenziale ΔU:

$$L = \Delta K + \Delta U$$

ossia

$$P_1 V - P_2 V = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_2 - mgh_1 \tag{7}$$

da cui segue:

$$P_1 V + \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = P_2 V + \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 \tag{8}$$

Dividendo entrambi i membri per il volume V e ricordando che $m/V = \rho$, si ottiene la relazione (6).

Conservazione dell'energia ed equazione di Bernoulli

Come evidenzia la dimostrazione precedente,

> l'equazione di Bernoulli esprime la conservazione dell'energia nel caso di flusso stazionario di un fluido incomprimibile.

Nella forma (7) l'equazione di Bernoulli stabilisce che l'energia totale di un volume V di fluido con massa m ha lo stesso valore in due sezioni qualsiasi del condotto e quindi che l'energia totale si conserva lungo il flusso.

Altrettanto significativa è l'interpretazione della (6). Ciascun termine è ottenuto dal corrispondente della (7) dividendo per il volume V; quindi ciascuno di essi è una energia per unità di volume, cioè una densità di energia, misurata in $J/m^3 = N \cdot m/m^3 = N/m^2 = Pa$. In particolare:

- P è la densità di energia dovuta alla pressione del fluido;
- $(1/2)\,\rho v^2$ è la densità di energia cinetica;
- $\rho g h$ è la densità di energia potenziale gravitazionale.

Quindi l'equazione di Bernoulli stabilisce che

> la densità di energia del fluido rimane costante lungo il flusso.

L'equazione di Bernoulli consente di spiegare alcuni interessanti fenomeni relativi a fluidi in movimento.

1 La legge di gravitazione universale

1 QUANTO?
Stima l'intensità della forza con cui la Luna attrae una persona di 60 kg che si trova sulla Terra.
[$2 \cdot 10^{-3}$ N]

2 QUANTO?
Stima l'intensità della forza con cui il Sole attrae una persona di 60 kg che si trova sulla Terra.
[$4 \cdot 10^{-1}$ N]

3 ESEMPIO

La Terra ($m_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg) e il Sole ($m_S = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg) distano $1{,}5 \cdot 10^8$ km.
▶ Determina la forza che la Terra esercita sul Sole.

RISOLUZIONE

La forza gravitazionale con cui un corpo attrae l'altro è

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Risultato numerico

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
$m_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg
$m_S = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg
$r = 1{,}5 \cdot 10^8\ \mathrm{km} = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m

$$F = (6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})\frac{(6{,}0 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})(2{,}0 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg})}{(1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m})^2} =$$
$$= 3{,}6 \cdot 10^{22}\ \mathrm{N}$$

4 La Luna ($m_L = 7{,}3 \cdot 10^{22}$ kg) e il Sole ($m_S = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg) distano in media $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.
▶ Calcola la forza con cui il Sole attrae la Luna. [$4{,}3 \cdot 10^{20}$ N]

5 Considera la seguente tabella.

Pianeta	Massa (kg)	Distanza minima dalla Terra (km)
Venere	$4{,}9 \cdot 10^{24}$	$4{,}2 \cdot 10^7$
Giove	$1{,}9 \cdot 10^{27}$	$6{,}3 \cdot 10^8$

▶ Determina il rapporto fra la forza esercitata dalla Terra su Venere e la forza esercitata dalla Terra su Giove.
[0,58]

6 Due masse puntiformi m_1 e m_2 di 1,0 kg sono poste alla distanza di 8,0 m. Una massa puntiforme m_3 è posta sull'asse del segmento congiungente m_1 e m_2 alla distanza di 5,0 m da m_2.
▶ Quale forza si esercita su m_3? [$0{,}071\ G m_3$]

7 I pianeti Marte ($m_M = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg) e Saturno ($m_S = 5{,}69 \cdot 10^{26}$ kg) si trovano alla distanza di 8 UA (unità astronomiche). Un meteorite si trova sulla congiungente Marte-Saturno. Trascura le forze gravitazionali dovute agli altri corpi del Sistema Solare.
▶ A quale distanza da Marte il meteorite ha un'accelerazione gravitazionale nulla? [0,3 UA]

8 Una Smart di massa $8 \cdot 10^2$ kg e un camper di massa $4 \cdot 10^3$ kg sono posteggiati a 3 m di distanza l'una dall'altro. Per semplicità considera i due autoveicoli come puntiformi.
▶ Calcola il modulo della forza gravitazionale esercitata dal camper sulla Smart.
▶ È più grande la forza gravitazionale esercitata sulla Smart dalla Luna o quella esercitata dal camper?
[$2 \cdot 10^{-5}$; la forza esercitata dalla Luna]

9 Due masse puntiformi m_1 e m_2 sono poste alla distanza di 5 m. Si vuole porre una massa di 1 kg

16 Completa la seguente tabella.

Pianeta	Massa (kg)	Raggio (m)	Accelerazione di gravità alla superficie del pianeta (m/s^2)
Mercurio	$3{,}30 \cdot 10^{23}$	$2{,}44 \cdot 10^{6}$	
Venere	$4{,}87 \cdot 10^{24}$	$6{,}05 \cdot 10^{6}$	
Giove	$1{,}90 \cdot 10^{27}$	$7{,}15 \cdot 10^{7}$	
Saturno	$5{,}69 \cdot 10^{26}$	$6{,}03 \cdot 10^{7}$	

[Mercurio: $3{,}7\ m/s^2$; Venere: $8{,}9\ m/s^2$; Giove: $25\ m/s^2$; Saturno: $11\ m/s^2$]

17 Considerando i dati forniti e calcolati nell'esercizio precedente, determina le densità dei pianeti. Confrontando tali densità con quelle di materiali a te noti, individua poi la tipologia dei pianeti (rocciosi o gassosi).

Pianeta	Densità (g/cm^3)	Tipologia
Mercurio		
Venere		
Giove		
Saturno		

[Mercurio: $5{,}43\ g/cm^3$, roccioso; Venere: $5{,}25\ g/cm^3$, roccioso; Giove: $1{,}24\ g/cm^3$, gassoso; Saturno: $0{,}62\ g/cm^3$, gassoso]

18 Uno strumento di massa 75 kg è portato a un'altezza di 40 km sul livello del mare da un pallone sonda.

▶ Di quale percentuale diminuisce il suo peso? ($R_T = 6380$ km) [1,25%]

19 Un corpo ha una densità di $3{,}1 \cdot 10^3\ kg/m^3$ e un volume di 450 cm^3. Utilizza i dati riportati nell'esempio 14.

▶ Calcola la massa del corpo e il suo peso sulla superficie marziana. [$m = 1{,}4$ kg; $P = 5{,}2$ N]

3 Le orbite dei satelliti attorno alla Terra

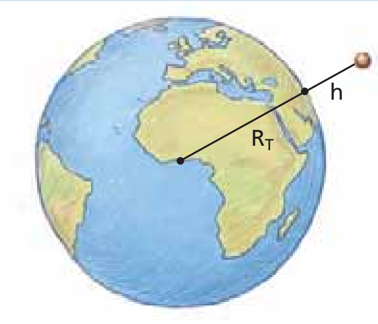
20 **QUANTO?**

Quanti secondi impiega la Luna a compiere un'orbita attorno alla Terra? [$2 \cdot 10^6$ s]

21 **ESEMPIO**

La Stazione Spaziale Internazionale ruota attorno alla Terra su un'orbita praticamente circolare a un'altezza dal suolo $h = 4 \cdot 10^2$ km.

▶ Calcola la velocità della stazione.



■ **RISOLUZIONE**

Il raggio dell'orbita è $r = R_T + h$

La velocità della stazione è $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{r}} = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T + h}}$

■ **Risultato numerico**

$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

$R_T = 6{,}4 \cdot 10^6$ m

$h = 4 \cdot 10^2\ km = 4 \cdot 10^5$ m

$$v = \sqrt{\frac{(6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2)(6{,}0 \cdot 10^{24}\ kg)}{(6{,}4 \cdot 10^6\ m) + (4 \cdot 10^5\ m)}} =$$

$$= 7{,}7 \cdot 10^3\ m/s \approx 28\,000\ km/h$$

ESERCIZI

22 ●●● Un satellite è posto in orbita circolare intorno alla Terra a un'altezza di 495 km. Il raggio della Terra è $6{,}38 \cdot 10^6$ m e la sua massa è $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg.
▶ Qual è la velocità del satellite? [7,61 km/s]

23 **ESEMPIO** ●●●

W2A è un satellite per telecomunicazioni in orbita geostazionaria.
▶ Calcola l'altezza di W2A rispetto a Terra.

telesatellite.net

■ **RISOLUZIONE**

Il raggio dell'orbita è $$R = \sqrt[3]{\frac{GM_T}{4\pi^2}\,T^2}$$

L'altezza h dell'orbita rispetto alla superficie terrestre è $$h = R - R_T$$

■ **Risultati numerico**

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
$T = 23^h\,56'4'' = 8{,}62 \cdot 10^4$ s
$R_T = 6{,}38 \cdot 10^6$ m

$$R = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(5{,}9 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}{4 \cdot 3{,}14^2}(8{,}62 \cdot 10^4\ \mathrm{s})^2} =$$
$$= 4{,}22 \cdot 10^7\ \mathrm{m}$$
$$h = (4{,}22 \cdot 10^7\ \mathrm{m}) - (6{,}38 \cdot 10^6\ \mathrm{m}) = 3{,}58 \cdot 10^7\ \mathrm{m}$$

24 ●●● Calcola la velocità di un satellite in orbita geostazionaria. [$3{,}1 \cdot 10^3$ m/s]

25 ●●● Un satellite è posto in orbita circolare intorno alla Terra con una velocità di $6{,}80 \cdot 10^3$ m/s.
▶ Qual è la sua distanza dalla superficie terrestre? [2,23 Mm]

26 ●●● Calcola l'accelerazione centripeta di un satellite in orbita geostazionaria. [0,22 m/s²]

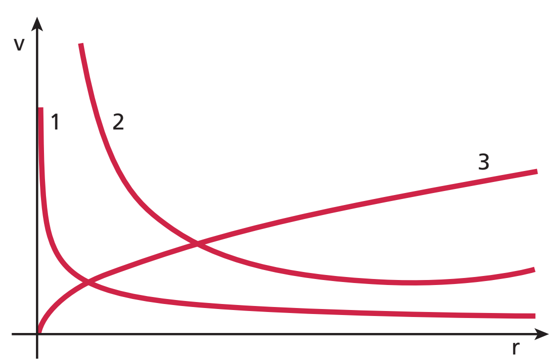
27 ●●● Grazie al suo cannocchiale, Galileo scoprì alcuni satelliti di Giove: Io, Europa, Ganimede e Callisto. Supponendo che le loro orbite siano circolari, completa la seguente tabella.

Satellite	Distanza media da Giove (km)	Periodo orbitale (giorni)
Io	$4{,}22 \cdot 10^5$	1,77
Europa	$6{,}71 \cdot 10^5$	
Ganimede	$1{,}07 \cdot 10^6$	
Callisto	$1{,}88 \cdot 10^6$	

[3,55 giorni; 7,16 giorni; 16,7 giorni]

28 ●●● Con quale velocità deve essere lanciato un oggetto dalla stazione spaziale orbitale affinché cada verticalmente sulla Terra?
[Con una velocità tangenziale di 7,7 km/s in verso opposto al moto]

29 ●●● Considera i grafici mostrati nella figura.



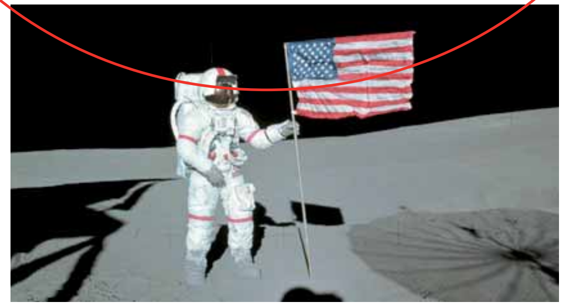
▶ Quale di essi può rappresentare l'andamento della velocità v di un satellite al variare del raggio r della sua orbita? Giustifica la risposta.

30 ●●● Un satellite artificiale viene immesso in un'orbita circolare a bassissima quota intorno alla Terra.

▶ Determina il periodo orbitale del satellite.

▶ Calcola la velocità del satellite e spiega perché un satellite non può orbitare nell'atmosfera terrestre. [$T \approx 85$ min; $v = 7{,}9$ km/s $\approx 28\,000$ km/h]

31 ●●● Durante una missione sul suolo lunare, Alan Shepard, nel 1971, lanciò una pallina da golf, con un angolo di 30° rispetto all'orizzontale, che ricadde dopo 400 m. Supponi che lo stesso lancio, con la stessa velocità, venga effettuato su un asteroide di densità uguale a quella lunare ($3{,}34 \cdot 10^3$ kg/m^3).



NASA

▶ Quale massa deve avere l'asteroide perché il lancio metta in orbita la pallina? [$3{,}2 \cdot 10^{17}$ kg]

5 L'energia potenziale gravitazionale

32 ●●● **QUANTO?**

Stima l'energia gravitazionale immagazzinata in un bacino idroelettrico artificiale che ha una capienza pari a $1 \cdot 10^6$ m^3, posto a 1000 m sul livello del mare. [$1 \cdot 10^{13}$ J]

33 ●●● **QUANTO?**

Stima l'energia potenziale, riferita all'infinito, di un satellite di 200 kg che percorre un'orbita geostazionaria. [$2 \cdot 10^9$ J]

34 ●●● Un corpo di 10 kg viene portato dalla superficie terrestre fino a un'altezza di 1000 km.

▶ Calcola il lavoro compiuto sul corpo. [$8{,}5 \cdot 10^7$ J]

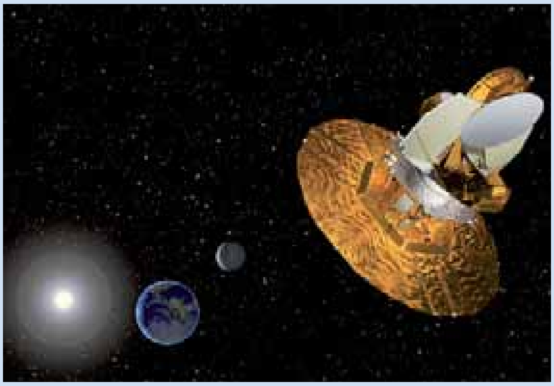
35 ●●● Un libro di massa 1,3 kg cade sul pavimento da un'altezza di 4,0 m.

▶ Qual è la sua variazione di energia potenziale gravitazionale? [51 J]

36 **ESEMPIO** ●●●

Il satellite WMAP orbita a $1{,}5 \cdot 10^6$ km dalla Terra, in verso opposto al Sole per compiere misurazioni sull'origine dell'Universo. La sua massa è 830 kg.

▶ Calcola l'energia potenziale del sistema WMAP-Terra.



NASA

■ RISOLUZIONE

L'energia potenziale del sistema formato da una massa m e dalla Terra è

$$U = -G\frac{m M_T}{r}$$

■ Risultati numerici

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2/kg^2

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

$m = 8{,}3 \cdot 10^2$ kg

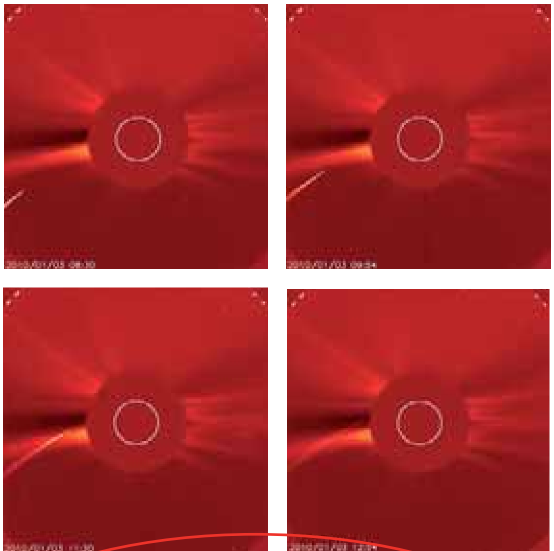
$r = 1{,}5 \cdot 10^6$ km $= 1{,}5 \cdot 10^9$ m

$R_T = 6{,}38 \cdot 10^6$ m

$$U = -(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}) \cdot \frac{(8{,}3 \cdot 10^2\ \mathrm{kg})(5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}{(1{,}5 \cdot 10^9\ \mathrm{m})} = -2{,}2 \cdot 10^8\ \mathrm{J}$$

satellite SOHO si possono osservare comete, dette *sungrazing*, che passano così vicino al Sole da essere distrutte. Tale sorte è capitata a una cometa osservata nel gennaio del 2010 (indicata dalla scia chiara in basso a sinistra nella sequenza di immagini). Il perielio di questa cometa sarebbe stato di 0,005 UA $(1\ \text{UA} = 1{,}5 \cdot 10^8\ \text{km})$; il suo afelio era invece collocato nella Nube di Oort, che dista mediamente $6 \cdot 10^4$ UA dal Sole. Nell'afelio è noto che tale cometa aveva una velocità trascurabile.

▶ Calcola la velocità che aveva la cometa in prossimità del Sole $(m_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \text{kg})$. $[6 \cdot 10^5\ \text{m/s}]$



corriere.it

63 Il nostro buco nero
●●●

La stella S2 orbita attorno al buco nero SgrA* posto al centro della nostra Galassia. Il raggio dell'orbita è 1030 UA $(1\ \text{UA} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m})$ e il periodo di rivoluzione è 15,9 anni.

▶ Calcola la massa di SgrA*.

▶ Esprimi la massa in termini di masse solari $(m_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \text{kg})$. $[8{,}7 \cdot 10^{36}\ \text{kg};\ 4{,}3 \cdot 10^6\ m_S]$

64 Dalla Terra alla Luna
●●●

Sulla superficie terrestre l'accelerazione di gravità è $9{,}8\ \text{m/s}^2$. Il raggio dell'orbita lunare è 60 volte il raggio terrestre.

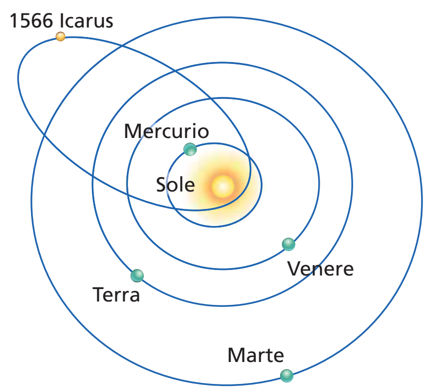
▶ Determina l'accelerazione centripeta della Luna. $[2{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}^2]$

65 Icarus
●●●

L'asteroide 1566 Icarus è un corpo celeste di circa 1,5 km di diametro che orbita attorno al Sole su una ellisse molto schiacciata. La sua distanza dal Sole passa da 0,19 UA nel punto più vicino (perielio) a 1,97 UA nel punto più lontano (afelio). Il semiasse maggiore dell'orbita è la media aritmetica delle distanze di afelio e perielio.

▶ Calcola la lunghezza del semiasse maggiore.

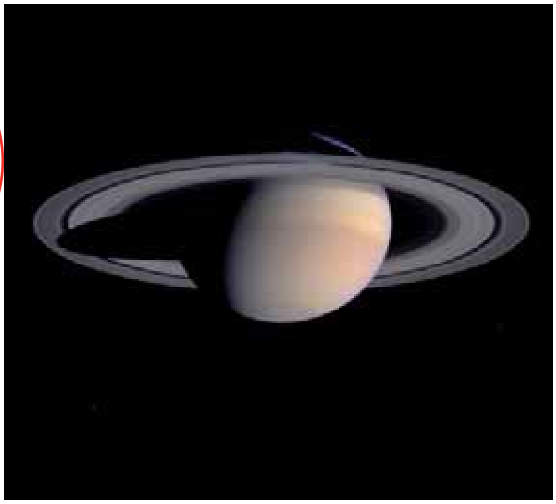
▶ Calcola il periodo orbitale in giorni terrestri. [1,08 UA; ~ 410 giorni]



66 Il pianeta con gli anelli
●●●

Gli anelli di Saturno sono formati da piccole particelle che orbitano attorno al pianeta. Da Terra si è misurato che le particelle, distanti dal centro di Saturno $1{,}35 \cdot 10^5$ km, orbitano a una velocità di 17 km/s.

▶ Quanto vale la massa di Saturno? $[5{,}8 \cdot 10^{26}\ \text{kg}]$



ciclops.org

67 L'asteroide Cerere
●●●

Nel 1801 l'astronomo Giuseppe Piazzi scoprì un asteroide che denominò Cerere. Oggi sappiamo che Cerere orbita fra Marte e Giove, ha una massa di

ESERCIZI

$(9{,}43 \pm 0{,}07) \cdot 10^{20}$ kg e un raggio medio che vale $(4{,}70 \pm 0{,}04) \cdot 10^{5}$ m.

▶ Determina l'intervallo di valori dell'accelerazione gravitazionale g_C sulla superficie di Cerere compatibili con i dati osservativi.

[$0{,}278\,\mathrm{m/s^2} < g_C < 0{,}292\,\mathrm{m/s^2}$]

68 Una strana forza di gravità

●●● Supponi che un corpo di massa m stia ruotando attorno a un centro di forza fisso C lungo un'orbita circolare di raggio R. La forza che lo attrae dipende dall'inverso della distanza da C secondo la legge $F = a/R$.

▶ Dimostra che la velocità del corpo non dipende da R.

▶ Dimostra che il periodo di rivoluzione cresce linearmente con R. [$v = \sqrt{a/m}$; $T = 2\pi R\sqrt{m/a}$]

69 La cometa più famosa

●●● La cometa di Halley si muove attorno al Sole lungo un'orbita ellittica che percorre in 75,8 anni.

▶ Calcola la lunghezza del semiasse maggiore dell'orbita.

La minima distanza dal Sole a cui arriva la cometa di Halley è 0,596 UA.

▶ Calcola la sua massima distanza dal Sole in UA.

Nel punto più vicino al Sole la velocità della cometa è 54,5 km/s.

▶ Calcola la sua velocità nel punto più lontano.

[$2{,}68 \cdot 10^{12}$ m; 35,2 UA; 929 m/s]

70 Una formula... semplificata

●●● Il raggio R e il periodo T dell'orbita di un satellite attorno alla Terra sono legati dalla relazione

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_T} R^3$$

▶ Dimostra che, con buona approssimazione, la relazione fra T e R può essere messa nella forma:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} R_T$$

dove R_T è il raggio della Terra.

▶ Verifica che numericamente $T^2 = 4R_T$.

71 Il grattacielo più alto del mondo

●●● Il Burj Khalifa a Dubai, inaugurato nel 2010, è attualmente il più alto grattacielo al mondo, con un'altezza totale di 828 m.

▶ Dimostra che il rapporto fra l'energia potenziale sulla cima e l'energia potenziale a terra è

$$\frac{1}{1 + 828/6{,}4 \cdot 10^6}$$

architecture.about.com

72

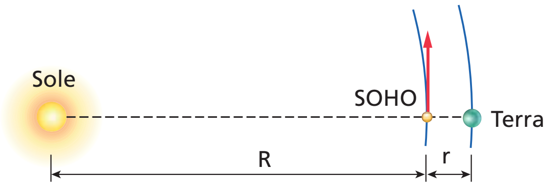
●●● Se x è molto piccolo, vale la seguente approssimazione

$$(1+x)^n \approx 1 + nx$$

▶ Utilizza questa relazione per determinare le prime 5 cifre del rapporto fra le energie potenziali relativo all'esercizio precedente. [0,99987]

73 SOHO: un osservatorio solare attorno al punto lagrangiano L_1

●●● SOHO (SOlar and Heliospheric Observatory) è un satellite dell'ESA (European Space Agency) che tiene sotto costante osservazione i fenomeni altamente energetici che avvengono sulla superficie solare. SOHO orbita attorno a un punto, detto *punto lagrangiano* L_1, che dista $r = 1{,}5 \cdot 10^9$ m dalla Terra e che si muove in modo tale da rimanere sempre fra il Sole e la Terra. Per semplicità, supponi che SOHO sia esattamente in L_1. Indica con M la massa del Sole, con m la massa della Terra e con v la velocità di SOHO. La distanza Terra-Sole è $R + r = 1{,}495 \cdot 10^{11}$ m.



▶ Dimostra che la velocità di SOHO è legata alla distanza dalla Terra dalla relazione

$$v^2 = G\frac{M}{R} - G\frac{mR}{r^2}$$

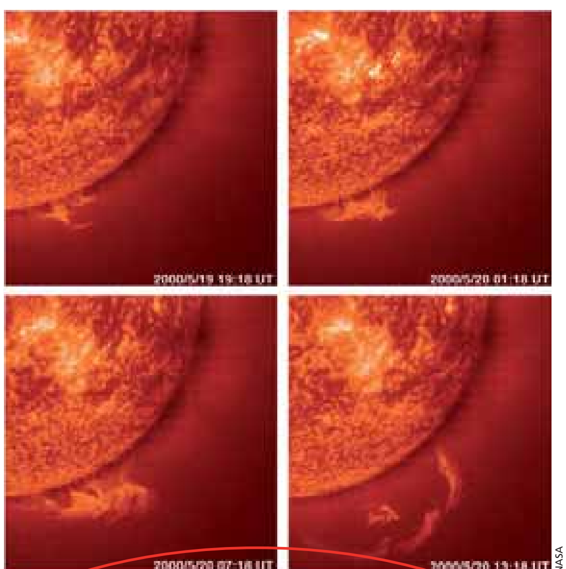
Il periodo di rivoluzione T di SOHO attorno al Sole è $T = 2\pi R/v$.

▶ Spiega perché deve essere $T = 3{,}15 \cdot 10^7$ s, cioè esattamente pari a un anno terrestre.

▶ Verifica che i valori di R e r devono soddisfare l'equazione

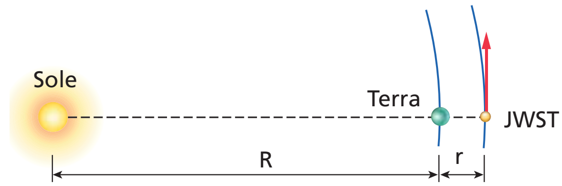
$$\frac{4\pi^2 R^2}{(3{,}15 \cdot 10^7\,\mathrm{s})^2} = G\frac{M}{R} - G\frac{mR}{r^2}$$

[In modo da muoversi stando sempre fra la Terra e il Sole; basta sostituire nella prima equazione l'espressione della velocità in cui $T = 3{,}15 \cdot 10^7$ s]



74 JWST: un osservatorio nel punto lagrangiano L_2
●●●

Nel 2014 la NASA lancerà in orbita JWST (James Webb Space Telescope), un telescopio, progettato per osservare le galassie primordiali. Poiché il segnale di questi oggetti celesti è molto debole, il satellite deve essere protetto dalla luce solare. Per questo motivo gli scienziati hanno deciso di collocarlo in orbita attorno al punto lagrangiano L_2, che dista dalla Terra $r = 1{,}5 \cdot 10^9$ m e che si muove in modo tale che la Terra è sempre fra esso e il Sole. Quando JWST è nel cono d'ombra della Terra compie le osservazioni, mentre si ricarica mediante i pannelli solari quando intercetta la luce del Sole. Per semplicità supponi che JWST sia esattamente in L_2. Indica con M la massa del Sole, con m la massa della Terra e con v la velocità di JWST. La distanza Terra-Sole è $R = 1{,}495 \cdot 10^{11}$ m.



▶ Dimostra che la velocità di JWST è legata alla distanza dalla Terra dalla relazione

$$v^2 = G\frac{M}{R+r} + G\frac{m(R+r)}{r^2}$$

Il periodo di rivoluzione T di JWST attorno al Sole è $T = 2\pi(R+r)/v$.

▶ Spiega perché deve essere $T = 3{,}15 \cdot 10^7$ s, cioè esattamente pari a un anno terrestre.

▶ Verifica che il valore di r deve soddisfare l'equazione

$$4\pi^2\frac{(R+r)^2}{(3{,}15 \cdot 10^7\,\mathrm{s})^2} = G\frac{M}{R+r} + G\frac{m(R+r)}{r^2}$$

[In modo da muoversi stando sempre dalla parte opposta della Terra rispetto al Sole; basta sostituire nella prima equazione l'espressione della velocità in cui $T = 3{,}15 \cdot 10^7$ s]

L'ARTE DELLA STIMA

75 Distanza fra giganti
●●●

Il periodo di rivoluzione di Giove attorno al Sole è circa 12 anni.

▶ Stima la distanza di Giove dal Sole. [$8 \cdot 10^{11}$ m]

76 Energia per l'infinito
●●●

La velocità di fuga dalla superficie terrestre è $1{,}1 \cdot 10^4$ m/s.

1 Richiami di statica dei fluidi

1 QUANTO?

La pressione dell'acqua alla base della diga del Vajont era $2{,}6 \cdot 10^6$ Pa.

▶ Quanto è alta la diga? [$2{,}6 \cdot 10^2$ m]

2 QUANTO?

Quanto vale la spinta che ricevi dall'aria in percentuale del tuo peso? [0,13%]

3 Durante un temporale la pressione si abbassa e la colonnina di mercurio di un barometro scende al valore di 740 mm.

▶ Calcola la pressione atmosferica nel Sistema Internazionale. [$9{,}86 \cdot 10^4$ Pa]

4 Sospetti una fuga di gas nel tuo appartamento.

▶ Che cosa fai se è metano ($\rho = 0{,}71$ kg/m^3)?

▶ Che cosa, invece, se è GPL ($\rho = 1{,}87$ kg/m^3)?

5 In un tubo a forma di U contenente acqua si versano 5,0 cm di olio ($\rho = 900$ kg/m^3). Si osserva un dislivello h dell'acqua tra i due rami.

▶ Calcola h. [4,5 cm]

6 Un cubo d'olmo ($\rho = 0{,}57$ g/cm^3) galleggia su un liquido emergendo per il 19% della parte immersa.

▶ Calcola la densità del liquido. [0,68 g/cm^3]

7 Un'automobile esce di strada e affonda in un lago fino a toccare il fondo a una profondità di 8 m. Supponi che l'area di una portiera dell'automobile sia 0,5 m^2 e l'interno dell'automobile sia a pressione atmosferica.

▶ Calcola la forza esercitata sulla portiera.

▶ Che cosa dovrebbe fare il guidatore per riuscire ad aprire la portiera?

8 Il plasma sanguigno scorre da un contenitore attraverso un tubo entrando nella vena di un paziente, dove la pressione del sangue è di 90 mmHg. La densità relativa del plasma sanguigno a 37 °C è di 1,03.

▶ Determina la quota minima del contenitore tale che la pressione, mentre entra nella vena, sia almeno di 12,0 mmHg. [1,2 m]

9 Un aereo, al cui interno è mantenuta una pressione dell'aria uguale a quella presente al livello del mare, sta volando alla quota di $5{,}5 \cdot 10^3$ m rispetto al livello del mare. Il portellone dell'aereo misura 2,0 m di altezza e 1,0 m di larghezza.

▶ Calcola la forza che deve esercitare il meccanismo di trattenuta del portellone dell'aereo. [$1{,}0 \cdot 10^5$ N]

10 ESEMPIO

Un manometro è costituito da un tubo a forma di U che contiene liquido ed è progettato per misurare piccole differenze di pressione tra i suoi due bracci. Supponi di avere un manometro a olio ($\rho = 0{,}9$ g/cm^3) che può essere letto con una precisione di $\pm 0{,}05$ mm.

▶ Calcola la minima variazione di pressione che si può determinare.

RISOLUZIONE

L'altezza h è soggetta all'errore $\varepsilon_h = \pm 0{,}5$ mm. Applichiamo la legge di Stevino:

$$P_1 = \rho g (h + \varepsilon_h)$$
$$P_2 = \rho g (h - \varepsilon_h)$$

Indichiamo con Δh la variazione di altezza corrispondente all'errore ε_h:

$$\Delta h = \varepsilon_h$$

La minima variazione ΔP è data dalla differenza fra i due valori P_1 e P_2:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 2\rho g \Delta h$$

L'errore ε_p sulla pressione è la metà di ΔP:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{2}\Delta P = \rho g \Delta h$$

Risultato numerico

$\rho = 0{,}9$ g/cm^3 = 900 kg/m^3

$\Delta h = 0{,}5$ mm $= 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ m

$g = 9{,}8$ m/s^2

$$\varepsilon_p = (900 \text{ kg/m}^3)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = $$
$$= 4{,}0 \text{ Pa}$$

ESERCIZI

■ **Risultato numerico**

$v_1 = 0{,}65\ \text{m/s}$
$v_2 = 65\ \text{m/s}$
$P_2 = 1{,}0 \cdot 10^5\ \text{Pa}$
$\rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$

$$P_1 = 1{,}0 \cdot 10^5\ \text{Pa} + \frac{1}{2}(10^3\ \text{kg/m}^3) \cdot$$
$$\cdot\left[(65\ \text{m/s})^2 - (0{,}65\ \text{m/s})^2\right] = 2{,}2 \cdot 10^6\ \text{Pa}$$

25 ●●● Sotto l'effetto di una pressione di 200 kPa, in un tubo orizzontale scorre acqua alla velocità di 3,00 m/s. Il tubo si restringe a metà del suo diametro iniziale.

▶ Calcola la velocità della corrente fluida nella sezione stretta.
▶ Calcola la pressione nella sezione stretta.
▶ Confronta le portate in volume nelle due sezioni.

[12,0 m/s; 133 kPa]

26 ●●● In caso di arteriosclerosi si forma un deposito sulle pareti delle arterie che riduce l'apertura attraverso la quale può fluire il sangue. In una ostruzione dell'arteria carotidea (nel collo) il sangue scorre a una velocità tripla rispetto alla parte non ostruita.

▶ Determina il valore del rapporto tra i diametri efficaci delle due zone.
▶ Spiega perché per l'effetto Venturi il paziente è a rischio di vita.

[$d_{\text{ostruzione}}/d_{\text{carotide}} = 0{,}58$; perché nella zona ostruita la pressione è più bassa e la carotide rischia di collassare, impedendo al sangue di raggiungere il cervello]

27 ●●● Il fenomeno contrario dell'esercizio precedente è quando un'arteria di raggio r_1 presenta un aneurisma, in corrispondenza del quale il raggio dell'arteria raddoppia ($r_2 = 2r_1$).

▶ Calcola la velocità v_2 e l'incremento di pressione in corrispondenza della dilatazione (densità relativa del sangue 1,06) se la velocità media del sangue nella parte non dilatata è $v_1 = 30\ \text{cm/s}$.
(A differenza del caso precedente l'aumento della pressione nell'aneurisma può provocare la lacerazione dell'arteria e di conseguenza una emorragia interna.)

[7,5 cm/s; 45 Pa]

28 ●●● Una fontana, progettata per spingere in aria un getto d'acqua alto 12 m, a livello del suolo ha una strozzatura di 1,0 cm di diametro. Il tubo che collega la pompa alla fontana ha un diametro di 2,0 cm.

▶ Calcola la pressione della pompa trascurando la viscosità dell'acqua.

[$2{,}5 \cdot 10^5$ Pa]

29 ●●● Nei palazzi con riscaldamento centralizzato la caldaia solitamente è posta al piano terra. Considera che l'acqua calda prodotta da una di queste caldaie sia pompata alla velocità di 0,30 m/s attraverso un tubo di diametro 3,5 cm e a una pressione di $3{,}2 \cdot 10^5$ Pa. Il tubo di arrivo al primo piano, di altezza 2,5 m da terra, ha un diametro di 3,0 cm.

▶ Determina la velocità e la pressione dell'acqua calda quando arriva al primo piano.

[0,41 m/s; $3{,}0 \cdot 10^5$ Pa]

30 ●●● Il tubo di un oleodotto è posto a 50 cm dal suolo. La sua sezione misura 3,0 dm^2, la pressione è di $2{,}1 \cdot 10^5$ Pa e la velocità del petrolio (densità 0,84 g/cm^3) è di 8,0 m/s. Per oltrepassare un canale, il tubo sale a 1,5 m dal suolo e presenta un allargamento dove la pressione è di $1{,}9 \cdot 10^5$ Pa. Considera il petrolio un fluido ideale.

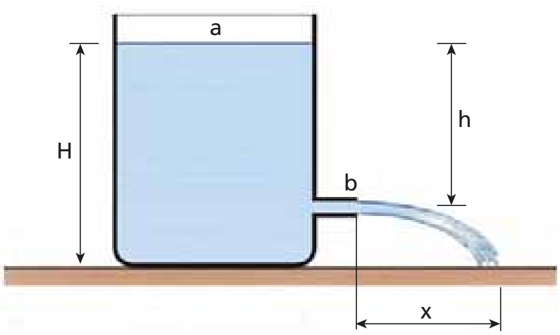
▶ Qual è la sezione in corrispondenza dell'allargamento del tubo?

[3 dm^2]

31 ●●● Un grande recipiente ha un'apertura a una distanza h sotto la superficie dell'acqua, costituita da un piccolo tubo, come è mostrato in figura.

▶ Calcola la distanza x raggiunta dall'acqua che sgorga dal recipiente.

[$2\sqrt{h(H-h)}$]



32 ●●● Considera un recipiente molto grande da cui esce l'acqua attraverso i tre fori A, B e C. Supponi che l'acqua nel contenitore si comporti come un liquido ideale e che il livello dell'acqua nel recipiente non giunte non era possibile utilizzare aria, ma era necessario un fluido incomprimibile.

▶ Determina quanta benzina fu necessaria per mantenere neutra la sfera in acqua (trascura tutte le masse dello scafo eccetto la sfera). [26 m^3]

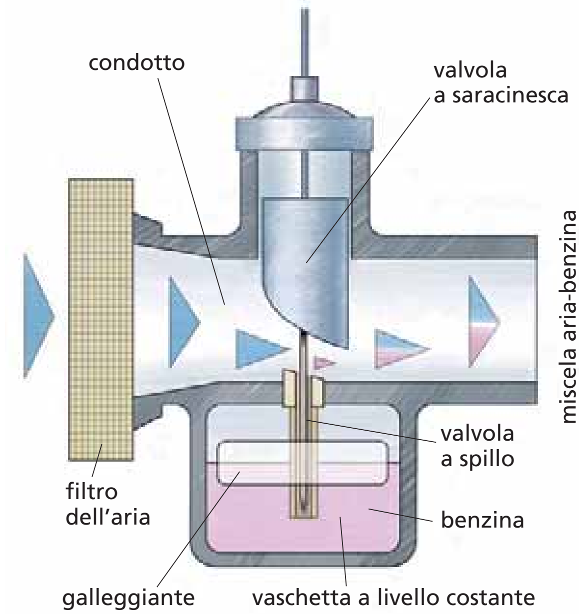
45 C'erano un tempo i motori aspirati...

Il cilindro di un motore a quattro tempi compie una aspirazione (riempimento del cilindro con miscela aria-benzina) ogni 2 giri dell'albero motore.

▶ Se la cilindrata di un motore a quattro tempi monocilindrico (volume totale del cilindro) è di 200 cm^3, calcola la velocità media dell'aria nel condotto di aspirazione di diametro 4,0 cm quando il motore gira a 3500 giri/min. [4,6 m/s]

46 ... e l'iniezione elettronica era ancora da venire

In figura è illustrato un carburatore di tipo motociclistico. Il flusso d'aria che alimenta i cilindri viene



fatto passare per una strozzatura del condotto di aspirazione. In questa strozzatura si trova un piccolo forellino, in comunicazione con una vaschetta piena di benzina. A causa della strozzatura la velocità del fluido aumenta e la pressione diminuisce: in questo modo la benzina viene aspirata da una vaschetta collocata 5 cm sotto la strozzatura e miscelata al flusso d'aria.

▶ Calcola quanto deve essere la strozzatura minima affinché la benzina venga aspirata, utilizzando anche i dati ottenuti dall'esercizio precedente. [1,8 cm]

L'ARTE DELLA STIMA

47 Pressione esplosiva

Secondo uno studio della Drexel University di Filadelfia, quando si starnutisce l'aria raggiunge la velocità di 320 km/h.

▶ Stima la differenza di pressione massima rispetto all'esterno raggiunta dall'aria nei polmoni. [$5 \cdot 10^3$ Pa]

48 Tanta acqua, ma a che velocità?

Il Rio delle Amazzoni è il fiume con la più grande portata d'acqua al mondo. Vicino a Manaus la sua profondità raggiunge i 100 m e il letto è largo circa 4 km.

▶ Stima la velocità del fiume. [0,5 m/s]

kqed.org

49 La furia degli elementi

La diga del Vajont, protagonista del disastroso incidente del 1963, all'epoca della sua costruzione era la più alta al mondo. Si stima che, in seguito alla frana della collina, dal bacino fuoriuscirono circa $50 \cdot 10^6$ m^3 d'acqua.

▶ Stima l'energia liberata. [10^{14} J]

50 La capitale del mondo antico (anche quello idraulico)

Nel 100 a.C. la città di Roma era già una metropoli (anche rispetto ai parametri odierni). Il suo approvvigionamento idrico era garantito principalmente da tre acquedotti: *Aqua Appia* (0,4 m^3/s), *Anio Vestus* (2,1 m^3/s), *Aqua Marcia* (2,3 m^3/s).

▶ Stima la disponibilità media giornaliera di acqua di un abitante di Roma nel 100 a.C. [400 l]

51 Quanti capillari abbiamo nel corpo?

L'aorta è l'arteria da cui il sangue, pompato dal cuore, si distribuisce in tutto l'organismo. Nell'aorta il sangue scorre a 25 cm/s e il suo diametro è di circa 3 cm. I capillari hanno un diametro pari circa a quello di un globulo rosso e il sangue vi scorre a una velocità approssimativa di 0,2 mm/s.

▶ Stima il numero di capillari nel corpo umano. [$2 \cdot 10^{10}$]

ESERCIZI

MATHS TALK

SYMBOLS

IN SYMBOLS	IN WORDS	EXAMPLES	
+	plus, add	$a + b$	a *plus* b
–	minus, take away, substract	$a - b$	a *minus* b
±	plus or minus		
×	times, multiplied by	$a \times b$	ab, a *times* b
· (dot product)		$a \cdot b$	ab, a *times* b
÷	divided by	$\frac{a}{b}$	a *over* b, a *divided by* b in fractions, *a* is called the *numerator* and *b* the *denominator*
$\frac{\cdots}{\cdots}$ (vinculum or fraction bar)		how to read fractions $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{\pi}{4}, \ldots$	one half, five halves, two thirds, seven tenths, pi over four, …
=	is equal, equals, is	$a = b$ $1 + 2 = 3$	a *equals* b or a *is equal* to b one plus two *is* (*equals*) three
≈	is approximately equal to		
≠	is not equal to	$a \neq b$	a is *different from* b, a is *not equal to* b
<	inequality signs	$a < b$	a is (strictly) *less than* b
>		$a > b$	a is (strictly) *greater than* b
≪		$a << b$	a is *much less than* b
≫		$a >> b$	a is *much greater than* b
≥		$a \geq b$	a is *greater than or equal to* b
≤		$a \leq b$	a is *less than or equal to* b
%	percent	5 %	five *percent*

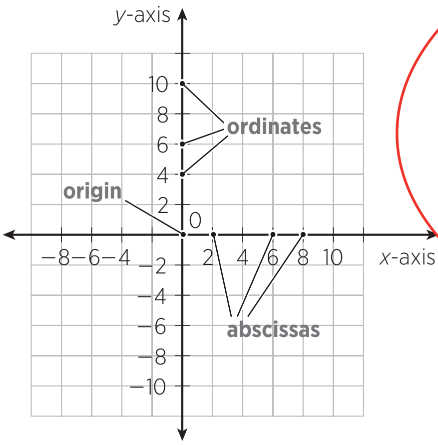
square root
left (round) bracket
cubed (to the third)
squared

$$\sqrt{\left\{(0.25 \cdot 12)-\left[1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\right]\right\}^3-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-3.5\right)^2}=\frac{13}{4}$$

point two five
curly bracket
square bracket
three fourths
one half
right (round) bracket

GRAPHS

CARTESIAN PLANE



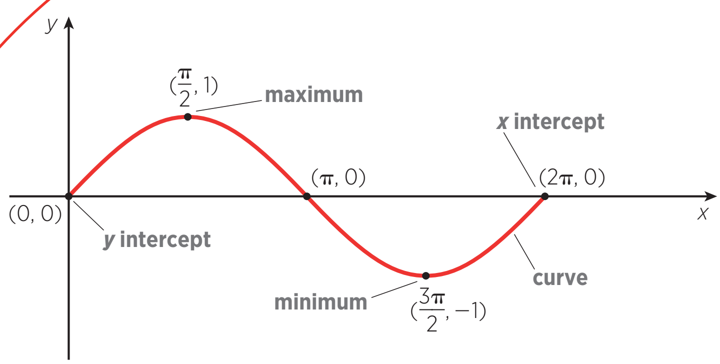
In mathematics, the graph of a function f is the collection of all ordered pairs (x, $f(x)$).

Graphing on a Cartesian plane is sometimes referred to as *to plot* or *draw* a curve.

A *curve* is a set of points that form or can be joined by a continuous line on a graph.

To *plot* means to place a point on a coordinate plane using its x-coordinate (*abscissa*) and y-coordinate (*ordinate*).

MAIN FEATURES OF THE GRAPH OF A FUNCTION



- *Range*: the set of y-coordinates corresponding to the points on a graph. In the example above, the *range* is $[-1; 1]$ (minus one; one).
- *x-intercept*: the point where the graph crosses the x-axis. In the example, there are three *x-intercepts*, corresponding to $x = 0$, $x = \pi$ and $x = 2\pi$.
- *y-intercept*: the value on the x-axis where a graph crosses the y-axis. In the example, the only *y-intercept* is the origin of the Cartesian plane (0,0).
- *Domain*: the set of x-coordinates corresponding to the points on a graph In the example, the *domain* is $[0;2\pi]$ (zero; two pi).
- *Asymptote*: a line that a curve approaches as it heads towards infinity. The *asymptotes* can be horizontal, vertical and oblique.

PHYSICS TALK

FORMULAE

SUBJECT	IN SYMBOLS	IN WORDS
Uniform motion	$\vec{v}_{av} = \dfrac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$	Average velocity equals change in displacement divided by elapsed time.
Uniform accelerated motion	$\vec{a}_{av} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	Average acceleration equals change in velocity divided by elapsed time.
	$s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$	Final displacement equals initial displacement plus initial speed multiplied by time plus half the acceleration multiplied by the square of the time.
Uniform circular motion	$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$	Magnitude of angular velocity equals two pi divided by the period, equals two pi multiplied by frequency.
	$v = \dfrac{2\pi r}{T} = \omega r$	Linear speed equals two pi multiplied by the radius of the circular motion divided by period, equals angular velocity multiplied by the radius.
	$a = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r$	Magnitude of centripetal acceleration equals the square of the linear velocity divided by the radius of the circular motion, equals the square of the angular velocity multiplied by the radius.
Newton's second law of motion	$\vec{F} = m\vec{a}$	Force equals mass multiplied by acceleration.
Work and power	$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s}$	Work done by a costant force equals the scalar product of the force and the displacement.
	$P = \dfrac{\Delta W}{\Delta t} = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$	Power equals work done divided by the elapsed time, which in turn equals the amount of energy transformed in the elapsed time.
Kinetic energy	$KE = \dfrac{1}{2} m v^2$	The kinetic energy of a body in motion equals half its mass multiplied by the square of its velocity.
Gravitational potential energy near the Earth surface	$PE = U = mgh$	The potential energy of a body in a gravitational field is equal to the product of its mass, the gravitational force and its height.

SUBJECT	IN SYMBOLS	IN WORDS
Newton's law of gravity	$F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$	The magnitude of the gravitational force between two bodies equals the product of the gravitational constant and the masses of the two bodies divided by the square of the straight line distance between them.
Gravitational potential energy	$U = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$	The gravitational potential energy associated with a gravitational force is equal to minus the product of the gravitational constant and the masses of the two bodies divided by the straight line distance between them.
Kepler's third law	$\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{mG}$	The square of the period of any planet divided by the cube of the semi-major axis of its orbit is a constant given by four multiplied by the square of pi all divided by the product of the gravitational constant and the mass of the Sun.
Elastic system	$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$	The force exerted by an ideal spring acts in the opposite direction to the displacement with magnitude equal to the product of the spring constant and the displacement.
Impulse	$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$	The impulse of a force is the product of the average force and the time interval during which the force acts.
Linear momentum	$\vec{p} = m\vec{v}$	The linear momentum of a body equals the product of the mass of a body and its velocity.
Mass density	$\rho = \dfrac{m}{V}$	The mass density of an object equals its mass divided by its volume.
Pressure	$P = \dfrac{F}{A}$	Pressure equals the normal force divided by the surface area the force is acting on.

Solar panel

Energy comes to Earth from the Sun in two main forms that we can use directly, heat and light. We use heat energy for solar heating and we transform the light energy into electrical energy. Solar heating is used for water heating systems as one example. A panel with water pipes in it collects heat energy from the Sun and transfers that heat energy to the water in the pipes to provide hot water. Light energy can be transformed into electrical energy that is used immediately or stored in batteries. Photovoltaic (PV) panels are devices that are used to convert light energy into electrical energy.

Energy can only change from one form to another. It cannot be created or destroyed. This is the Law of Conservation of Energy.

Let's look at a solar vehicle as a simple example in the transformation of energy from one form to another.

Sunlight hits the PV panel and the panel transforms the light energy into electrical energy. The electrical energy (electricity) passes through the wire circuit to the motor. The motor transforms the electrical energy into mechanical energy and spins the drive shaft which spins the wheel. The front wheel rotates on the ground to pull the car transforming mechanical energy into vehicle motion (kinetic energy).

Solar Vehicle Ideal Energy Chain:

Light Energy → Electrical Energy → Mechanical Energy → Kinetic Energy

The above case is ideal because not all systems are perfect and in reality there will be losses of energy from our system.

In a simplified view of this case some losses will be from:

– friction of electrons passing through the wires; this is released as heat energy although you may never notice it in the case of the solar explorer.
– friction of the wheel on the ground; this is released as either heat or sound energy.

Even with these losses the law of conservation of energy still holds. The amount of energy into a system will always equal the amount of energy out of a system. If energy cannot be created and can only be transformed from one form to another, how do we get heat and light energy from the Sun?

(Taken from http://www.solarsam.com/about-solar-energy/energy.html)

EXCERCISES

1 True or false?

a. A Solar Panel destroys energy. T F

b. A PV converts light energy into electrical energy. T F

c. Light energy cannot be transformed into electrical energy. T F

d. Friction of electrons releases heat energy. T F

2 Mach the stages of the Solar Vehicle energy system with the form of energy involved.

Sunlight hits the PV panel.	Mechanical Energy
The energy transformed by the PV panel passes through the wire circuit to the motor.	Kinetic Energy
The energy transformed by the motor spins the wheel.	Light Energy
The rotation of the front wheel transforms energy into vehicle motion.	Electrical Energy

3 Match questions and answers.

	QUESTIONS		ANSWERS
A	What happens to energy according to the law of Conservation of Energy?	1	Energy transforms three times in the solar vehicle example.
B	How many times is energy transformed in the solar vehicle example?	2	Energy cannot be created or destroyed, it can only change from one form to another.
C	How does a solar panel work?	3	It collects heat energy from the Sun and transfers it to the water providing hot water.

A	B	C ....

Kepler's three laws

In the early 1600s, Johannes Kepler proposed three laws of planetary motion. Kepler was able to summarize the carefully collected data of his mentor – Tycho Brahe – with three statements that described the motion of planets in a Sun-centered solar system.

Kepler's first law explains that planets are orbiting the Sun in a path described as an ellipse. An ellipse is a special curve in which the sum of the distances from every point on the curve to two other points is a constant. The two other points are known as the foci of the ellipse. The closer together that these points are, the more closely that the ellipse resembles the shape of a circle. In fact, a circle is the special case of an ellipse in which the two foci are at the same location.

Kepler's second law – sometimes referred to as the law of equal areas – describes the speed at which any given planet will move while orbiting the Sun. The speed at which any planet moves through space is constantly changing. A planet moves fastest when it is closest to the Sun and slowest when it is furthest from the Sun. Yet, if an imaginary line were drawn from the centre of the planet to the centre of the Sun, that line would sweep out the same area in equal periods of time. The areas formed when the Earth is closest to the Sun can be approximated as a wide but short triangle; whereas the areas formed when the Earth is farthest from the Sun can be approximated as a narrow but long triangle. These areas are the same size.

Kepler's third law compares the orbital period and radius of orbit of a planet to those of other planets. Unlike Kepler's first and second laws that describe the motion characteristics of a single planet, the third law makes a comparison between the motion characteristics of different planets. The comparison being made is that the ratio of the squares of the periods to the cubes of their average distances from the Sun is the same for every one of the planets.

(Taken from http://www.physicsclassroom.com/class/circles/u6l4a.cfm)

EXCERCISES

1 True or false?

a. Kepler was Ticho Brahe's mentor. T F

b. Kepler's third law makes a comparison between different planets. T F

c. According to Kepler's laws the Sun orbits the planets. T F

d. A circle is the special case of an ellipse. T F

2 Complete.

First Law: The .... of the planets about the Sun is .... in shape, with the centre of the Sun being located at one .... (The Law of) Ellipses).
Second Law: An .... line drawn from the centre of the .... to the .... of the planet will sweep out .... areas in equal intervals of .... (The Law of Equal Areas).
Third Law: The ratio of the .... of the periods of .... two planets is .... to the ratio of the cubes of their average .... from the Sun. (The Law of ....).

imaginary • path • sun • equal • distances • equal • harmonies • squares • time • elliptical • focus • centre • any

3 Match questions and answers.

	QUESTIONS		ANSWERS
A	What are the foci of an ellipse?	1	It is Kepler's second law.
B	What does Kepler's third law compare?	2	It compares the orbital period and radius of orbit of a planet to those of other planets.
C	What is the law of equal areas?	3	The sum of the distances from every point on the curve of the ellipse to two certain points is a constant, those points are called foci.

A	B	C ....

The invention of the barometer

Early in its history, in the seventeenth century, the barometer was purely a laboratory experiment, and it was primarily used not to measure air pressure, but to create an alleged vacuum. During the time from the creation of the first barometer to the acceptance of the barometer as an instrument for measuring air pressure, debates raged across borders via letter, experiments were competitively carried out by the greatest minds of the day, and pages were filled by scientists trying to explain the phenomena observed in experiments with barometers.

It was traditionally thought (especially by the Aristotelians) that the air did not have weight. Even Galileo Galilei had accepted the weightlessness of air as a simple truth. Evangelista Torricelli, an Italian mathematician and scientist, questioned that assumption, and proposed that the air had weight, and that it was the weight of the air that held (or rather, pushed) the column of water up. He thought that the level the water stayed at (thirty-four feet) was reflective of the force of the air's weight pushing on it. In other words, he viewed the barometer as a balance, an instrument for measurement, and because he was the first to view it this way, he is traditionally considered the inventor of the barometer.

The idea of using a heavier liquid than water was probably not Torricelli's, and Galileo himself may have suggested that other substances (including wine and mercury) would stop at a higher or lower level than water did. Regardless of who came up with the idea, Torricelli was the first to seriously take it up as an experiment.

Torricelli also noticed that the level of the fluid in the tube changed slightly each day and concluded that this was due to the changing pressure in the atmosphere. He wrote: "We live submerged at the bottom of an ocean of elementary air, which is known by incontestable experiments to have weight".

(Taken from http://www.juliantrubin.com/bigten/torricellibarometer.html)

EXCERCISES

1 True or false?

a. Aristotle thought that air has no weight. T F

b. Torricelli was an English mathematician. T F

c. Torricelli had the idea of using heavier liquids than water. T F

d. Torricelli is considered to be the inventor of the barometer. T F

2 Complete.

At the beginning of its ...., in the seventeenth century, the .... was used just as a .... experiment to create an alleged .... Traditionally air was considered to be ...., Torricelli was the first .... to propose that .... could have a weight. He is .... considered to be the .... of the barometer. He also .... that the level of the .... in tube changed .... each day, through these .... he understood that there was a relation .... the fluid level and .... changes in atmosphere.

air • between • history • traditionally • scientist • noticed • slightly • laboratory • fluid • observations • vacuum • inventor • pressure • weightless • barometer

3 Match questions and answers.

	QUESTIONS		ANSWERS
A	How has use of the barometer changed?	1	Galileo accepted the Aristotelian idea that air was weightless. Torricelli was the first to realise that it was not.
B	What did Torricelli notice using the barometer?	2	Initially the barometer was used as an instrument to create an alleged vacuum and later it became an instrument of measurement.
C	Did Galileo believe that air was weightless?	3	He noticed that the level of fluid in the tube changed slightly each day.

A	B	C ....